GVG'2014-Exercise-14

Jméno: **Body:**

1. Napište souřadnice vektorů báze β v bázi β', když

$$\vec{x}_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{x}_{\beta'}$$

2. Mějme podmnožinu $\mathbb{R}^2$, která tvoří jednodimenzionální afinní prostor$(\mathcal{A}, \mathcal{V}, \varphi)$ a obsahuje vektory $[-1, 1]^\top$ a $[1, 1]^\top$. Nakreslete afinní prostor $\mathcal{A}$, lineární prostor $\mathcal{V}$ a napište nějakou soustavu lineárních rovnic, aby množina jejích řešení byla shodná s množinou $\mathcal{A}$.

3. Přijměme následující definici. Hodnost matice $\mathtt{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ je rovna dimenzi prostoru, který získáme jako $\{\mathtt{A}\,\vec{x} \,|\, \vec{x} \in \mathbb{R}^3\}$. Podle této definice dokažte, že matice

$$\mathtt{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

má hodnost 2.

4. Najděte matice všech homografií, které nechávají počátek souřadné soustavy na místě a bod $[1, 0]^\top$ zobrazují na přímku $x = y$.

5. Mějme dva obrazy vázané fundamentální maticí

$$\mathtt{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Bod X se promítá do prvního obrazu do bodu $[1, 1]^\top$ a do druhého obrazu na přímku $[1, 1, 1]^\top$. Napište souřadnice bodu, do kterého se X do druhého obrazu promítá.

6. Mějme dvě kamery. První kamera má projekční matici

$$\mathtt{P}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Dvojice kamer má fundamentální matici

$$\mathtt{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Najděte všechny projekční matice $\mathtt{P}_2$.

K řešení použijte další papíry, podepište je a přiložte je.

GVG'2014-Exercise-14 EN

Name: **Points:**

1. Write the coordinates of vectors of basis β in basis β', when

$$\vec{x}_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{x}_{\beta'}$$

2. Let us have a subset of $\mathbb{R}^2$ which forms a one-dimensional affine space $(\mathcal{A}, \mathcal{V}, \varphi)$ and contains vectors $[-1, 1]^\top$ and $[1, 1]^\top$. Draw the affine space $\mathcal{A}$, linear space $\mathcal{V}$ and write some system of linear equations, such that the set of its solutions is equal to the subset $\mathcal{A}$.

3. Consider the following definition. The rank of matrix $\mathtt{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ is equal to the dimension of space obtained as $\{\mathtt{A}\,\vec{x} \mid \vec{x} \in \mathbb{R}^3\}$. According to this definition prove that matrix

$$\mathtt{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

has rank 2.

4. Find matrices of all homoghraphies which fix the origin of the coordinate system and project point $[1, 0]^\top$ on a line $x = y$.

5. Let us have two images bound by a fundamental matrix

$$\mathtt{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Point X projects in the first image into point $[1, 1]^\top$ and in the second image on a line $[1, 1, 1]^\top$. Write the coordinates of the point where X projects in the second image.

6. Let us have two cameras. The first camera has projection matrix

$$\mathtt{P}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

The two cameras have fundamental matrix

$$\mathtt{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Find all projection matrices $\mathtt{P}_2$ consistent with $\mathtt{P}_1$ and $\mathtt{F}$.

Use additional paper sheets if necessary.