

HLEDÁNÍ V PLOŠE

2D „range“ stromy

Obsah

- Motivace
- Specifikace
- Konstrukce
- Dotazování (nad stromy)
- Složitost
- Alternativy
- Dotazy (Vaše)

Motivace

- Množina dat
- Prvek je určen klíčem $K=(k_1, k_2)$
 - ie. 2D souřadnice (x, y)
- Chceme prvky s klíči v intervalu
 - $Q=([i, j], [k, l])$
- Jak na to?

Motivace

- Body v intervalu $Q = ([1, 3], [2, 4])$:

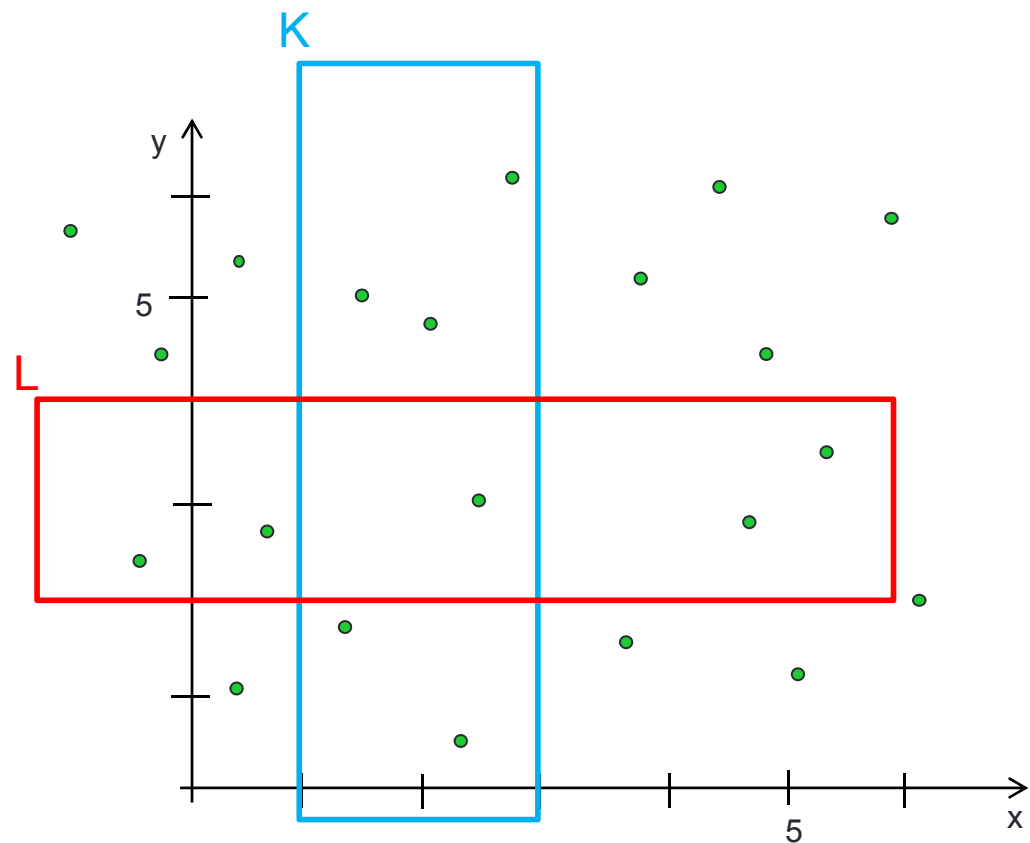
- 2 seřazené pole x, y

- $K =$ body v $[1, 3]$

- $O(\log n + |K|)$

- $L =$ body v $[2, 4]$

- $O(\log n + |L|)$

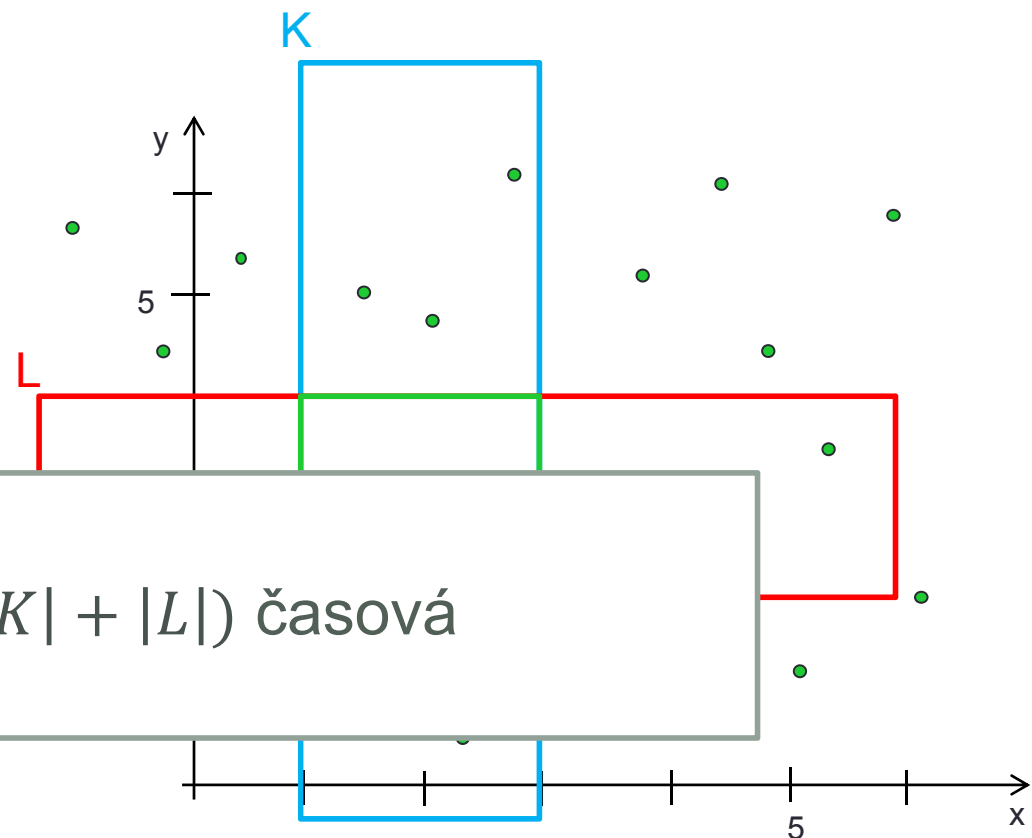


Motivace

- Body v intervalu $Q = ([1, 3], [2, 4])$:

- $K \cap L$

- $m = \min(|K|, |L|)$
- $m \log m + |K| + |L|$



Složitost:

$O(\log n + m \log m + |K| + |L|)$ časová

$O(n)$ prostorová

Specifikace

- 1D: Vyvážený BVS s hodnotami v listech
 - Reprezentace kanonických podmnožin (KP)
- 2D:
 - Ponecháme 1D strom pro první souřadnici
 - Pro každou KP přidáme 1D strom druhé souřadnice

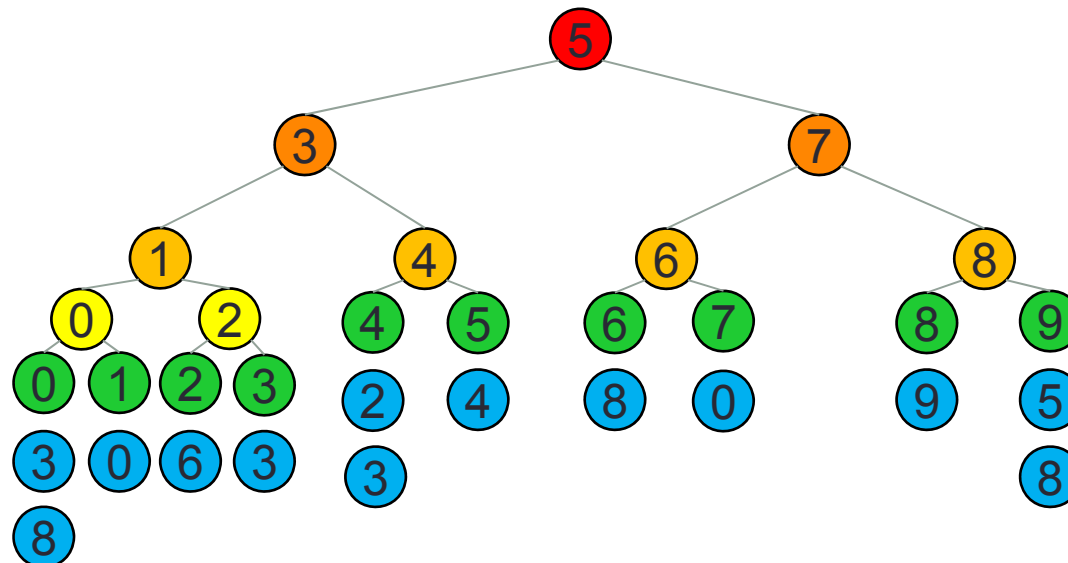
Konstrukce

- Lexikograficky seřazená množina bodů

X	0	0	1	2	3	4	4	4	5	6	7	8	9	9
Y	3	8	0	6	3	2	3	7	4	8	0	9	5	8

- 1D X Strom: konstrukce zdola

„předpřípravení“
 $2^k + 2 = 10$



3. sloučení

2. sloučení

1. sloučení
 listy

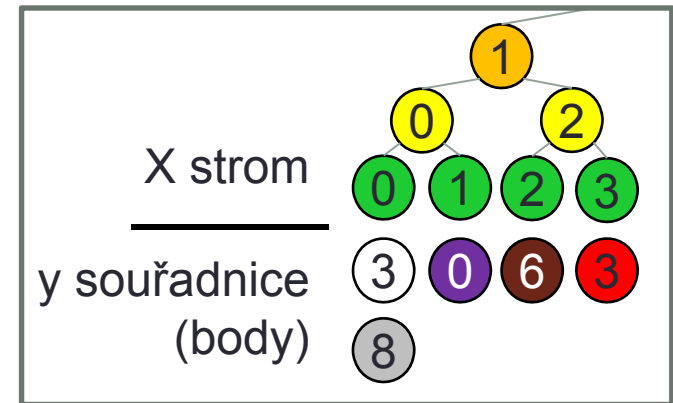
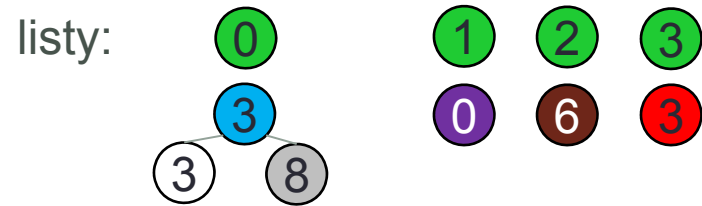
Y souřadnice

Konstrukce

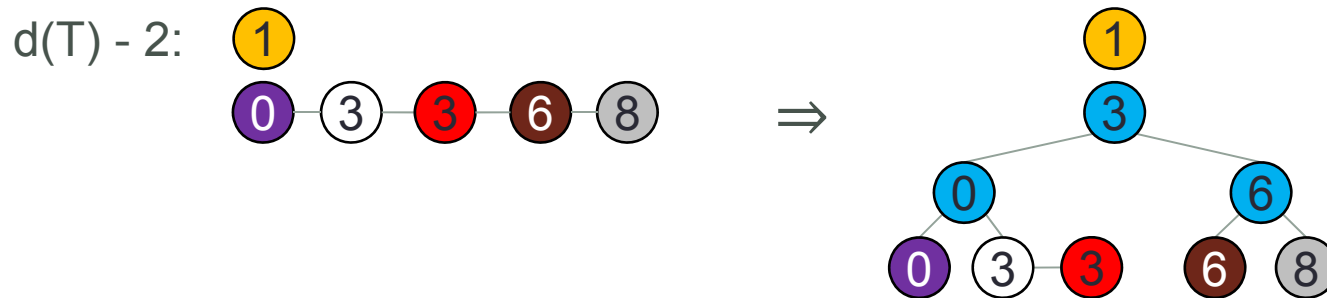
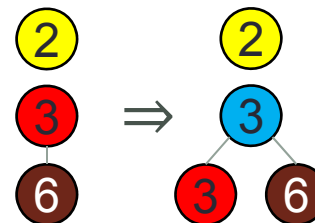
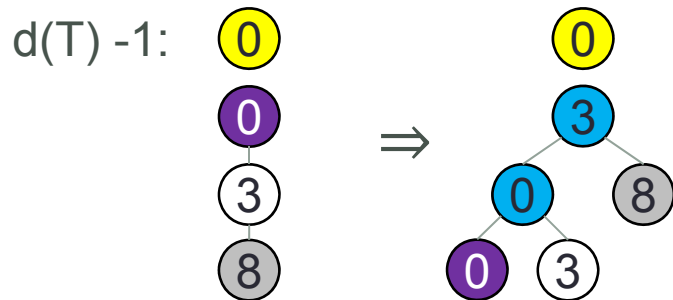
- Jak na 1D Y Strom v každém uzlu?
 - Nechceme pokaždé řadit
- Opět zdola nahoru
 - List: seřazený seznam bodů podle y
 - Uzel: sluč seznamy potomků $O(n)$
 - Vybuduj 1D Vyhledávací strom $O(n)$

Konstrukce

• Y stromy...



= vnitřní uzel y stromu

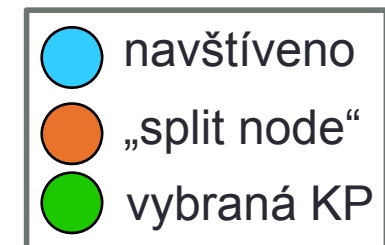


Konstrukce

- Složitost
 - Řazení: $O(n \log n)$
 - 1D X strom zdola: $O(n)$
 - $O(n)$ * (1D Y strom) zdola: $O(n \log n)$
 - $\Rightarrow O(n \log n)$

Dotazování

- Počet bodů, $Q([1,4],[2,6])$
 - Najdi KP v X stromu spadající do $[1,4]$



- Pro vybrané KP najdeme v jejich Y stromech KP z $[2,6]$
 - Analogicky
- Sečteme

Dotazování

- Výčet bodů
 - Nalezneme KP v X, Y stromu (jako počet)
- „Posbíráme“ jednotlivé body

Složitost

- Složitost (dotaz - počet)
 - V X stromu najdeme KP odpovídající x intervalu
 - Těch je $O(\log n)$ a zabere nám to $O(\log n)$
 - Projdeme Y stromy nalezených KP
 - Najdeme KP odpovídající y intervalu za $O(\log n)$
 - $\Rightarrow O((\log n)^2)$
- Složitost (dotaz - výčet)
 - Jako počet, plus k na „posbírání“ bodů
 - $\Rightarrow O((\log n)^2 + k)$

Složitost

- Paměťová
 - Body jsou v Y stromech
 - V kolika stromech bude každý bod?
 - Vyvážený strom, body v listech
 - List má $O(\log n)$ předků
 - n bodů $\Rightarrow O(n \log n)$

Složitost

- Rekapitulace

Struktura\Metrika	Dotaz počet	Dotaz výčet	Paměť	Stavba
2D „range“ strom	$O((\log n)^2)$	$O((\log n)^2 + k)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$
2D „range“ strom FC*	$O(\log n)$	$O(\log n + k)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$
2D K-D strom*	$O(\sqrt{n})$	$O(\sqrt{n} + k)$	$O(n)$	$O(n \log n)$

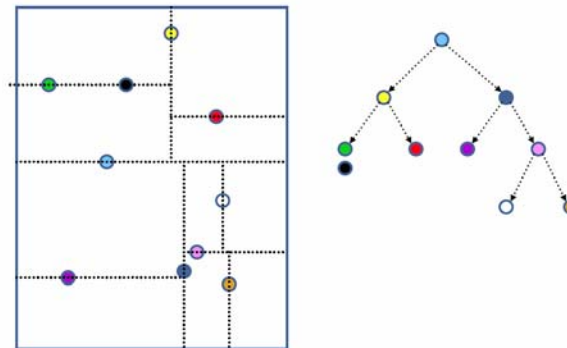
- * další slajdy

Alternativy

- 2D „range“ strom s „Fractional Cascading“ (FC)
 - Optimální datová struktura pro problém
- Princip FC:
 - Mám c vyhledávacích stromů/seřazených polí
 - Ukazatele na odpovídající prvek v dalším poli
 - Hledám klíčem K
 - V jednom („hlavním“) poli stromu najdu za $O(\log n)$
 - V každém dalším za $O(1)$
 - viz přednášky/wiki/Mount

Alternativy

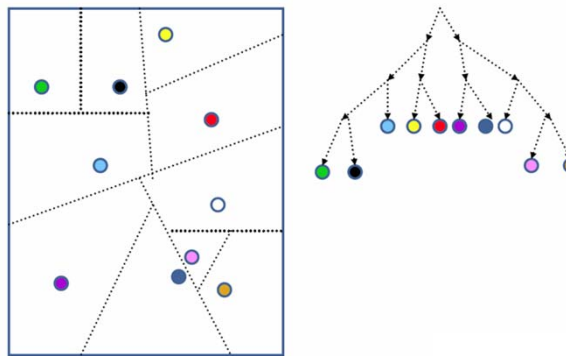
- K-D strom ($K=2$)
 - Dělí prostor přímkami rovnoběžnými s osami
 - viz bonus slajdy



zdroj: <http://wp.soulwasted.net>

Alternativy

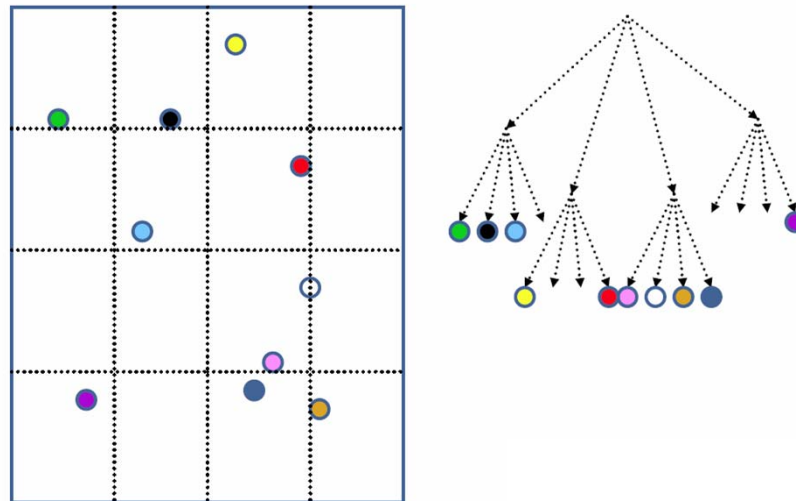
- BSP Strom („Binary Space Partitioning Tree“)
 - Jako K-D strom
 - Dělicí přímky nemusí být rovnoběžné s osami



zdroj: <http://wp.soulwasted.net>

Alternativy

- Kvadrantový strom (Quadtree)
 - Jako K-D Strom
 - Dělí na 4 kvadranty místo 2 buňky



zdroj: <http://wp.soulwasted.net>

Dotazy

SEM S NIMI!

DÍKY ZA POZORNOST