




Znalostní báze

- je systém, který *dostává fakta o prostředí a dotazy* o něm.
- **Znalostní báze** je *agentem ve větším systému*, který obsahuje prostředí (také agent), **správce** (agent), popřípadě další agenty.
 - **Správce** ukládá do znalostní báze fakta o prostředí.
 - **Prostředí** používáme jako model vnějšího světa.
 - Chceme, aby *stav prostředí* poskytoval úplný popis (relevantních rysů) vnějšího světa.
- **Lokální stav znalostní báze** popisuje informace, které báze má o světě (posloupnost informací, které se báze dosud dozvěděla)
- **Lokální stav správce** obsahuje to, co „on ví o vnějším světě“ + „informace, které předal ZB“ ...

VZ 2009 

Tento neformální popis poskytuje ještě hodně volnosti, jak modelovat globální stavy.

V nejjednodušším případě přijímáme tato omezení

- *vnější svět lze popsat výrokově* pomocí výroků z konečné množiny Φ .
- vnější *svět je stabilní*, tj. pravdivostní hodnoty výroků popisujících svět se s časem nemění.
- *Správce* má úplnou informaci o vnějším světě.

3 / 8

VZ 2009



- Vše, *co je uloženo* ve znalostní bázi *je pravdivé*.
- Nejsou *žádné předběžné (a priori) znalosti* o vnějším světě nebo o tom, co bude do znalostní báze uloženo.

Pro jednoduchost reprezentace systému předpokládáme, že

- **Vnější svět** lze popsat pravdivostním ohodnocením α prvotních formulí z množiny Φ (α se v průběhu práce s databází **nemění!**).
- **Stav správce** obsahuje ohodnocení α a posloupnost faktů, která do báze až dosud uložil.
- **Lokální stav** znalostní báze obsahuje posloupnost A_1, \dots, A_n údajů, které dosud byly uloženy (může jít o *výrokové nebo o modální formule*).
- **Globální stav** označujeme $(\alpha, \langle A_1, \dots, A_n \rangle, \cdot)$

4 / 8

VZ 2009



1. Databáze uchovávající jen výroková tvrzení

- Do znalostní báze se ukládají a jsou dotazovány *jen informace o vnějším světě* (vyjádřitelná ve výrokových formulích) a ne fakta o bázi samé.
- Vše, *co je uloženo* ve znalostní bázi, *je pravdivé*.
- Nejsou *žádné předběžné (a priori) znalosti* o vnějším světě nebo o tom, co bude do znalostní báze uloženo.

Tyto předpoklady představují omezující podmínky pro konstrukci odpovídajících Kripkeho struktur.

5 / 8

VZ 2009



Jak má báze odpovědět na dotaz B ? Možnost a)

Předpokládejme, že v nějakém okamžiku (r, m) je bázi položen dotaz B , kde B je výroková formule. Protože **báze nemá přímý přístup ke stavu prostředí**, B nemůže být interpretováno jako dotaz na stav vnějšího světa, ale **jen na to, co o něm báze ví $K_{KB}(B)$** .

Znalostní báze by měla odpovědět

$$\left(\begin{array}{ll} \text{ANO} & \text{jestliže } (I^{kb}, r, m) \models K_{KB} B \\ \text{NE} & \text{jestliže } (I^{kb}, r, m) \models K_{KB} \neg B \\ \text{NEVÍM} & \text{jinak} \end{array} \right.$$

6 / 8

VZ 2009



Možnost b)

Většinou si znalostní báze pamatuje konjunkci toho, co do ní bylo uloženo.

Předpokládejme, že báze je v lokálním stavu

$\langle A_1, \dots, A_k \rangle$, že $\kappa = A_1 \wedge \dots \wedge A_k$ a znalostní

báze ví jenom to, co plyne z κ .

Potom můžeme odpovědět dvojím způsobem:

ANO právě když $\left\{ \begin{array}{l} B \text{ je důsledkem } \kappa \\ \text{nebo} \\ K_{KB}B \text{ je důsledkem } K_{KB}\kappa \end{array} \right.$

7 / 8

VZ 2009



Když se do znalostní báze se ukládají jen fakta o vnějším světě (vyjádřitelná ve výrokových formulích) a nikoliv fakta o bázi samé, pak odpovědi na dotazy formulované jako výrokové formule jsou totožné pro obě uvažované možnosti a) i b):

Věta KB1.

Předpokládejme, že do databáze jsou ukládány jen výrokové formule

$$r_{KB}(m) = \langle A_1, \dots, A_k \rangle, \quad \kappa = A_1 \wedge \dots \wedge A_k$$

a B je výroková formule.

Potom následující tvrzení jsou **ekvivalentní**

(i) $(I^{kb}, r, m) \models K_{KB}B$

(ii) $\kappa \rightarrow B$ je výroková tautologie

(iii) $M_n^{rst} \models K_{KB}\kappa \rightarrow K_{KB}B$

8 / 8

VZ 2009



Dotazy formulované **NEJEN** pomocí výrokových tvrzení

Jak ma odpovídat na dotazy, které nejsou výrokové?

Uvažujme dotaz $B \equiv (p \rightarrow K_{KB}p)$ "Je pravda, že pokud platí p , ví to znalostní báze?"

Zde bychom také rádi měli odpovědi na dotaz B :

$$\left(\begin{array}{ll} \text{ANO} & \text{jestliže } (I^{kb}, r, m) \models K_{KB}B \\ \text{NE} & \text{jestliže } (I^{kb}, r, m) \models K_{KB}\neg B \\ \text{NEVÍM} & \text{jinak} \end{array} \right.$$

Kdy platí formule $K_{KB}(p \rightarrow K_{KB}p)$? (1)

Platí (viz **Mod_T8 a, Mod_T8b**), že $K_{KB}(p \rightarrow K_{KB}p)$ je dokazatelné právě když je dokazatelná formule

$$K_{KB}p \vee K_{KB}\neg p \quad (2)$$

9 / 8

VZ 2009



Důkazy následujících vztahů se opírají o výrokovou tautologii:

$$\text{P-T2} : (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \vee \alpha) \rightarrow \beta))$$

Mod_T8a: $K_n, K_i(p \rightarrow K_i p) \vdash K_i p \vee K_i \neg p$

1. $K_i p \vee \neg K_i p$ výroková tautologie $\alpha \vee \neg \alpha$
2. $K_i p \rightarrow K_i p \vee K_i \neg p$ výroková tautologie $\alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
3. $p \rightarrow K_i p$ **Ax 3** a předpoklad $K_i(p \rightarrow K_i p)$
4. $(p \rightarrow K_i p) \rightarrow (\neg K_i p \rightarrow \neg p)$ výroková tautologie
5. $\neg K_i p \rightarrow \neg p$ Modus Ponens na řádky 3 a 4
6. $\neg K_i p \rightarrow K_i \neg K_i p$ **Ax 5**
7. $K_i \neg K_i p \rightarrow K_i \neg p$ **Mod_T1** pro řádku 5
8. $\neg K_i p \rightarrow K_i \neg p$ transitivita implikace pro řádky 5 a 6
9. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\gamma \vee \alpha \rightarrow \gamma \vee \beta)$ výroková tautologie
10. $\neg K_i p \rightarrow K_i p \vee K_i \neg p$ Modus Ponens na řádky 8 a 9 pro γ rovno $K_i p$
11. **P-T2**
12. $(K_i p \vee \neg K_i p) \rightarrow (K_i p \vee K_i \neg p)$ Modus Ponens na řádky 11, 2 a 10
13. $(K_i p \vee K_i \neg p)$ Modus Ponens na řádky 12 a 1


10 / 8

VZ 2009



Mod_T8b: $K_n, (K_i p \vee K_i \neg p) \vdash K_i (p \rightarrow K_i p)$

1. $K_i p \rightarrow (p \rightarrow K_i p)$ výrokový axiom
2. $K_i K_i p \rightarrow K_i (p \rightarrow K_i p)$ **Mod_T1** pro řádku 1
3. $K_i p \rightarrow K_i K_i p$ **Ax3**
4. $K_i p \rightarrow K_i (p \rightarrow K_i p)$ transitivita implikace pro řádky 3 a 2
5. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow K_i p)$ **výroková tautologie**
6. $K_i \neg p \rightarrow K_i (p \rightarrow K_i p)$ **Mod_T1** pro řádku 5
7. **P-T2**
8. $(K_i p \vee K_i \neg p) \rightarrow K_i (p \rightarrow K_i p)$ Modus ponens 2x pro řádky 7, 1 a 6
9. $K_i (p \rightarrow K_i p)$ Modus ponens pro ř.8 a předpoklad

11 / 8 VZ 2009 

Odpověď na dotaz B odpovídající formuli (1) bude díky (2)

ANO, pokud p nebo $\neg p$ plyne z toho,
co bylo do báze uloženo a
NEVÍM jinak.


Pozor! Odpověď NE není možná, neboť pro dotaz B

$$B \equiv (p \rightarrow K_{KB} p)$$

platí

$$K_{KB} \neg B \leftrightarrow K_{KB} (p \wedge \neg K_{KB} p)$$

Ovšem tato formule podle **Mod_T7 (viz nasl.str.) nemůže být dokazatelná!**

12 / 8 VZ 2009 

$$Ax3: K_i A \rightarrow A$$

Mod_T7: V $(K_n + Ax3)$ nemůže být dokazatelné $K_i \neg (p \rightarrow K_i p)$

Kdyby $K_i \neg (p \rightarrow K_i p)$ bylo dokazatelné, bylo by podle **Mod_T6 b** dokazatelné i $K_i p \wedge K_i (\neg K_i p)$. Předpokládejme, že tomu tak je:

1. $K_i p \wedge K_i (\neg K_i p)$ [předpoklad]
2. $K_i p$ [řádek 1 a vlastnost konjunkce $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \alpha$]
3. $K_i (\neg K_i p)$ [řádek 1 a vlastnost konjunkce $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \beta$]
4. $K_i (\neg K_i p) \rightarrow \neg K_i p$ [Ax3]
5. $\neg K_i p$ [řádky 4, 3 a Modus ponens]
6. **false** [definice **false** a řádky 2 a 5]

Vzhledem k tomu, že systém axiomů $(K_n + Ax3)$ není sporný, nemůže v něm být dokazatelná formule **false**.

Tedy nemůže platit předpoklad „formule $K_i \neg (p \rightarrow K_i p)$ je dokazatelná“.

13 / 8

VZ 2009



Má smysl vkládat do znalostní báze informace, které nejsou reprezentovány výrokovými formulemi?

Například předpokládejme, že do znalostní báze, jejíž veškeré informace reprezentuje posloupnost formulí $\langle F_1, \dots, F_i \rangle$ je vložena další informace $F_{i+1} = (p \rightarrow K_{KB} p)$, která říká „je-li pravdivé p , potom báze o tom ví“.

Taková informace může být velmi užitečná, pokud báze umí ověřit co ví a co neví. Pokud například $\langle F_1, \dots, F_i \rangle \vdash \neg K_{KB} p$, pak může odvodit, že p není pravdivé.

Tento příklad ukazuje, že když báze získává informace o **své znalosti** vnějšího světa, pak ona sama **může** prostřednictvím introspekce **odvodit důsledky o vnějším světě**.

14 / 8

VZ 2009



2. Databáze uchovávající nejen výroková tvrzení

Jsou-li bázi dáována **tvrzení, která nejsou výroková**, pak už znalosti databáze nemůžeme reprezentovat jako **konjunkcí tvrzení**, která do ní byla vložena (jak jsme činili ve výrokovém případě).

Příklad (viz dále): Můžeme totiž do báze vložit fakt, který

- byl pravdivý v okamžiku, kdy byl vložen,
- ale nezůstává platný v žádném dalším časovém bodě.

Za těchto okolností totiž znalost nemůže být popsána **konjunkcí tvrzení**, která do ní byla vložena. **Proč?** Tato konjunkce totiž může být ekvivalentní spornému tvrzení a tudíž by ze znalostí databáze plynulo cokoliv!

15 / 8

VZ 2009



Příklad: Předpokládejme, že do báze vložíme fakt, který

- je pravdivý v okamžiku, kdy byl vložen,
- ale nezůstává platný v žádném dalším časovém bodu.

Předpokládejme, že primitivní výrok p je ve vnějším světě pravdivý, ale báze zatím o tom (až do taktu j) nedostala žádnou informaci. V takové situaci je jistě pravdivá formule

$$p \ \& \ \neg \ K_{KB}p \quad (3)$$

Tuto pravdivou formuli tedy může správce v taktu $j+1$ poskytnout znalostní bázi jako novou informaci. Ovšem i když báze získala informaci (3), **jistě neplatí, že báze ví (3)**, tj. (3) platí v každém dalším časovém bodu. Kdyby tomu tak bylo, muselo by totiž platit $K_{KB}(p \ \& \ \neg \ K_{KB}p)$, což není možné, neboť tato formule je ve sporu s **S5**.

16 / 8

VZ 2009



$$p \ \& \ \neg \ K_{KB}p \quad (3)$$

Na příkladu formule (3) jsme se už přesvědčili, že dostane-li báze informaci φ , pak **nemusí nutně platit, že $K_{KB} \varphi$** to ví.

Nicméně, znalostní báze by přece jen měla něco získat vložím informace (3) : měla by vědět, že p je pravdivé, tj. po té, co do báze vložíme (3), **by mělo platit $K_{KB}p$** .

Jak zajistit to, aby s informacemi tohoto typu znalostní báze zacházela tak, jak odpovídá naší intuici? Určitě znalostní báze *nemůže pracovat stejným způsobem* jako v případě výrokovém. Pokud hodláme připustit, aby do báze byla vkládána fakta obsahující tvrzení o jejích znalostech, **je třeba popsat jiný postup, který se bude opírat právě o modální logiku!**

17 / 8

VZ 2009



Temporální logika 1

- Temporální logika poskytuje rámec a prostředky pro analýzu dynamických (imperativních) stavových systémů a hraje zde stejnou úlohu jakou má klasická logika pro matematické systémy.
- V intuitivním smyslu stavové systémy zahrnují „stavy“ a vykazují „chování“ při průchodu posloupnostmi takových stavů podobně jako „znalostní báze“.
- Máme na mysli například, programové moduly, komunikační protokoly, databázové systémy, logické obvody, čipy a obecně výpočetní procesy, které při provádění procházejí určitými stavy a vykazují specifické chování.

18 / 8

VZ 2009



Temporální logika 2

Zavádějí se **temporální operátory**

- ○ nazývající se *nexttime* nebo jen *next*,
- □ **-“-** *always* nebo *henceforth* a
- ◇ **-“-** *sometime*.

Formule $\circ A$, $\square A$ a $\diamond A$ se (česky) čtou *příště A*, *vždy A* a *někdy A*.

Tyto operátory mají podobné vlastnosti operátory znalostí!

Další doporučené zdroje informací o modálních logikách :

Fagin R., Halpern J.Y., Moses Y., Vardi M.Y.: Reasoning about Knowledge, MIT Press 2003, 2nd edition