

Společné znalosti

(v sémantice možných světů)

VZ 2009




1 / 8

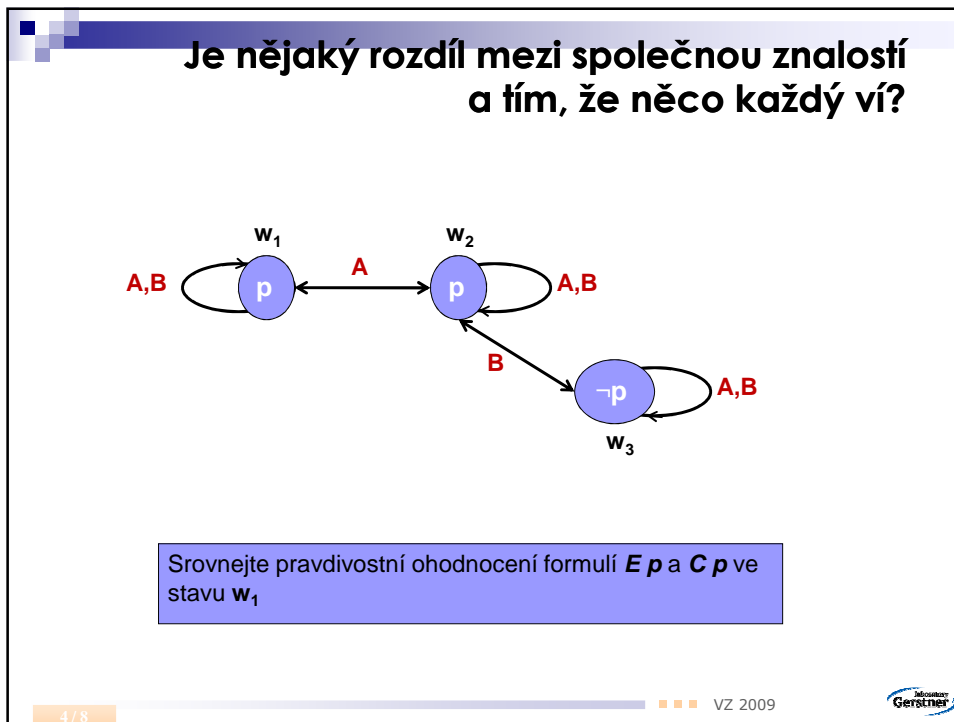
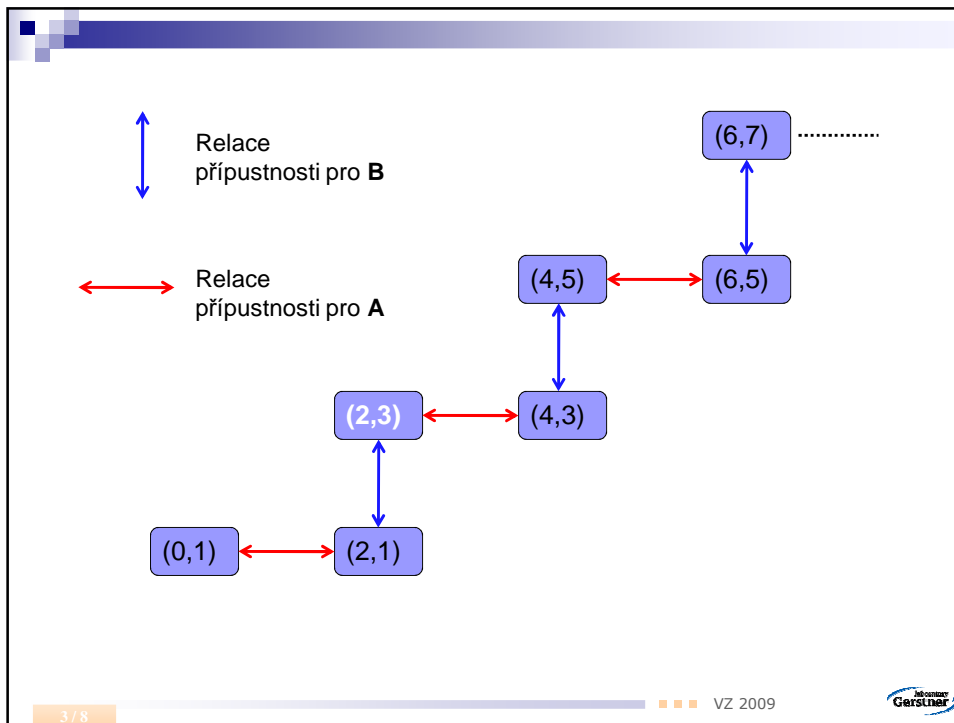
Anna a Bob

- **A**нна a **B**ob vědí, že organizátor vybere z osudí nějaké přirozené číslo n , které napíše na čelo jednomu z nich a druhému napíše číslo „sousední“, tj. buď $n+1$ nebo $n-1$. Ani **A**нна ani **B**ob neznají své číslo - vidí jen to partnerovo.
- Nakreslete odpovídající Kripkeho strukturu.
- Nechť **A** má na čele napsáno **3** a **B** zase **4**. Nakreslete odpovídající Kripkeho strukturu.
- Je **společnou znalostí** obou hráčů fakt, že bylo vybráno číslo menší než 100?

VZ 2009



2 / 8



Pánové P a S

Organizátor soutěže vybral 2 čísla $1 < x < y$ taková, že $x+y \leq 100$ a prozradil panu **S** hodnotu jejich součtu, tj. $x+y$ zatímco panu **P** hodnotu jejich součinu, tj. $x*y$. Oba pánové **P** a **S** začali uvažovat:

1. Pan **P** prohlásil „Nevím, jaká jsou čísla x, y .“
2. Pan **S** doplnil „Věděl jsem, že to nevíte.“
3. Pan **P** prohlásil „Teď už vím, jaká jsou ta čísla“
4. Pan **S řekl** „Já už také vím.“

Ověřte, že dvojice 4 a 13 vyhovuje podmínkám 1-4 úlohy

1 / 8

VZ 2009



Platné tvrzení

viz Lemma 1/přednáška 1

Pro libovolnou Kripkeho strukturu M , její stav s , libovolnou formuli φ , skupinu agentů G a $k > 0$ platí, že

- $(M, s) \models E_G^k \varphi$ právě tehdy, když v každém stavu v , který je G dosažitelný ze stavu s v k krocích platí $(M, v) \models \varphi$.
- $(M, s) \models C_G \varphi$ právě tehdy, když v každém stavu v , který je G dosažitelný ze stavu s platí $(M, v) \models \varphi$.

Tedy docela určitě neplatí, že společnou znalostí Anny a Boba (dřív než si začnou vyměňovat informace o tom, co vědí) je fakt, že bylo vybráno číslo menší než 100.

6 / 8

VZ 2009



Komunikace a společná znalost

Úloha se 2 generály, kteří se dorozumívají POUZE posíláním zpráv prostřednictvím poslů: Kdy získají jistotu, že obě armády mohou zaútočit?

Společná znalost těsně souvisí s komunikačními možnostmi v systému. Lze dokázat, že v asynchronním systému s posíláním zpráv **nevzniká** žádná nová znalost:

Věta

Pro libovolnou strukturu S , libovolnou formuli ψ v každém běhu r systému a v každém okamžiku m platí:

$(S, r, m) \models C_G \psi$ právě tehdy, když $(S, r, 0) \models C_G \psi$