Další charakteristiky provozu opravovaných soustav

Pozn.:

1) opravovaná soustava — bezporuchový provoz
   bezporuchový stav, mimo provoz

$\downarrow$

každá varianta má jiné rozdělení poruch

$\uparrow$

2) doba opravy — hledání závady
   oprava závady
   čekání na opravu závady (hromadná obsluha)

3) soustavy s kritickou spolehlivostí provozu
   -záleží na spolehlivosti provozu
   -některé prvky mají podstatně horší spolehlivost než jiné
   $\Downarrow$
   výměna před nastalou poruchou

výměna má smysl $\Leftrightarrow$ průběh intenzity poruch stoupá (prvky začínají stárnout)

<u>konstantní intenzita poruch</u> ~ stejná pravd. poruchy v časovém intervalu (bez ohledu na uplynulý čas)

a) <u>při exponenciálním</u> rozdělení poruch <u>nemá</u> předčasná výměna prvků smysl

b) <u>pro skutečné pvky</u> (na začátku provozu mají zvýšenou poruchovost) znamená výměna před dožitím prvku i zvýšeni poruchovosti soustavy !!!

Markovovy modely

- Výpočet spolehlivosti soustav s opravami nebo se zálohováním je obecně složitý
- Lze zjednodušit pro některé typy rozložení dob poruch a obnov (exponenciální) ⇒ užití Markovových modelů

Základní vlastnosti Mark. modelů pro diagnostiku:

- funkce 2 náhodných proměnných (stavu soustavy a doby nebo jiné veličiny v závislosti na které stav sledujeme)
- obě náhodné proměnné ~ diskrétní nebo spojité ⇒ 4-typy medelů

hlavní modely:

diskrétní čas
diskrétní stav soustavy (katastrof. poruchy)

Markovův řetězec

spojitý čas
diskrétní stav

vlastní Markovův proces

- Markovův model je definován:

množina pravd. přechodu stavu (výchozí stav → následný stav)
S_1 p S_2

Kde: p závisí pouze na S_1 & S_2 (nezávisí na předch. a násl. stavech)
$p=p(S_1,S_2)$
tj.: pro sestavení Markovova modelu se definují vzájemně se vylučující stavy:
Př.: 1 prvek ~ 2 stavy (porucha, bezpor. stav)
neopravitelný

Def.: počáteční stav ~ t=0
konečné stavy ~ t>>1

- Soustava Mark. rovnic ~ popis pravděpodobností přechodu z počátečního stavu do konečných stavů

- Sestavení Mark. rovnic za předpokladu:

1) Pravd. přechodu z jednoho stavu do prvého během Δt je $\lambda_i(t).\Delta t$, kde $\lambda_i(t)$ je intenzita pravd. přechodu (tzv. hazard) mezi oběma stavy
2) Pravd. více než jednoho přechodu během Δt je $\rightarrow 0$ (zanedbatelná)

Pozn.: je-li $\lambda_i(t) = \lambda_i \Rightarrow$ homogenní model

Př.: uvažujeme soustavu s jedním neopravitelným prvkem se dvěma stavy potom pravděp:

$P_{S0}(t+\Delta t)$ že soustava bude v bezporuch. stavu S_0 v čase $t+\Delta t$

platí:

$P_{S0}(t+\Delta t) = P_{S0}(t).(1-\lambda(t).\Delta t)$; kde $P_{S0}(t)$…pravd. bezp. stavu v t
$(1-\lambda(t).\Delta t)$…pravd., že porucha nenastala během Δt

- podobně pravd. poruchového stavu S_1

$P_{S1}(t+\Delta t) = P_{S0}(t).\ \lambda(t).\Delta t + P_{S1}(t)$; kde $\lambda(t).\Delta t$…pravd. poruchy během Δt
$P_{S1}(t)$…pravd., že soustava byla v S_1 již v čase t

tedy:

- pravd. poruchy soustavy: $\lambda(t).\Delta t$
- pravd. setrvání v poruše: (~stav S_1) =1 (absorpční stav)

předchozí rovnice lze upravit:

$$\frac{P_{S0}(t+\Delta t) - P_{S0}(t)}{\Delta t} = -\lambda(t)P_{S0}(t)$$

$$\frac{P_{S1}(t+\Delta t) - P_{S1}(t)}{\Delta t} = -\lambda(t)P_{S0}(t)$$

limitou pro $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\frac{dP_{S0}(t)}{dt} + \lambda(t)P_{S0}(t) = 0$$

$$\frac{dP_{S1}(t)}{dt} = \lambda(t)P_{S0}(t)$$

- obvyklá počáteční podmínka: t=0

$P_{S0}(0)=1$
$P_{S1}(0)=0$

řešení předchozích rovnic (1):

$$\frac{dP_{S0}(t)}{P_{S0}(t)} = -\lambda(t)\Delta t$$

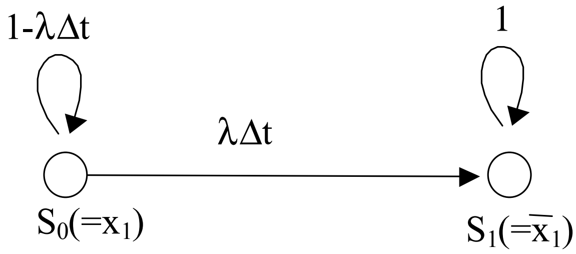
$$\ln P_{S0}(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt + \ln c$$

$$P_{S0}(t) = c\exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]; \text{kde } c = P_{S0}(0) = 1$$

- $R(t) = P_{S0}(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]$

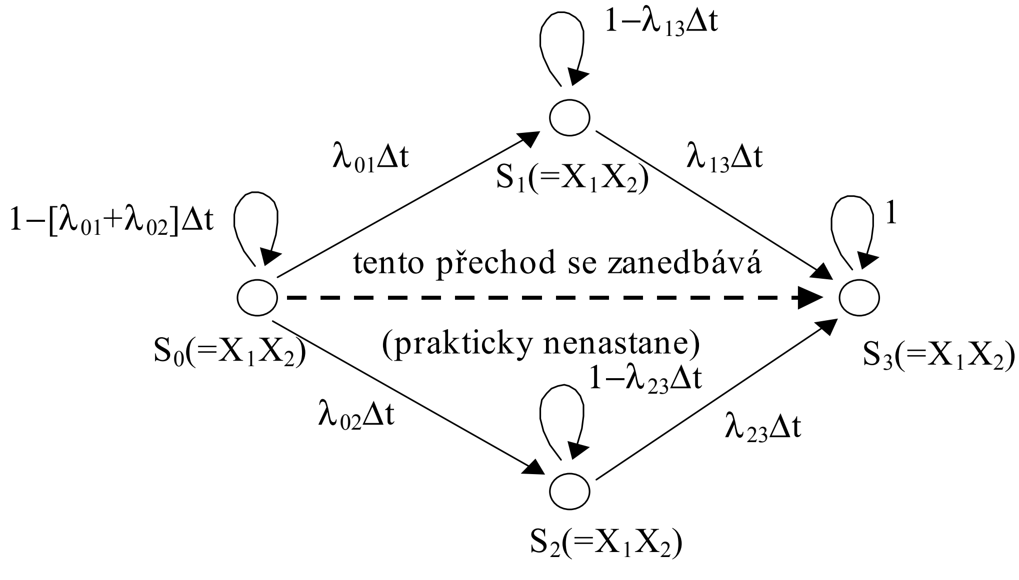
řešením rovnice (2), obdobně (lze též z $P_{S0}(t)+ P_{S1}(t)=1$)

- $Q(t) = P_{S1}(t) = 1 - \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]$
- Makrkovův model graficky $\Rightarrow$ orientovaný graf (předchozí příklad):



podmínka: $\sum$ pravd. přechodů z každého uzlu = 1

situace pro 2 neopravitelné prvky: (4 stavy: X_1X_2, $\overline{X_1}X_2$, $X_1\overline{X_2}$, $\overline{X_1}\,\overline{X_2}$)



- Pro předchozí situaci rovnice pro S_0, S_1, S_2, S_3

S_0: $P_{S0}(t+\Delta t)=[1-(\lambda_{01}+\lambda_{02})\Delta t]\, P_{S0}(t)$
S_1: $P_{S1}(t+\Delta t)=\lambda_{01}\Delta t\, P_{S0}(t)+(1-\lambda_{13}\Delta t)P_{S1}(t)$
S_2: $P_{S2}(t+\Delta t)=\lambda_{02}\Delta t\, P_{S0}(t)+(1-\lambda_{23}\Delta t)P_{S2}(t)$
S_3: $P_{S3}(t+\Delta t)=\lambda_{13}\Delta t\, P_{S1}(t)+\lambda_{23}\Delta t\, P_{S2}(t)+1.P_{s3}(t)$

v maticovém tvaru:

$[P_{S0}(t+\Delta t)\ \ P_{S1}(t+\Delta t)\ \ P_{S2}(t+\Delta t)\ \ P_{S3}(t+\Delta t)]=[P_{S0}(t)\ \ P_{S1}(t)\ \ P_{S2}(t)\ \ P_{S3}(t)]*$

$$*\begin{bmatrix} 1-(\lambda_{01}+\lambda_{02})\Delta t & \lambda_{01}\Delta t & \lambda_{02}\Delta t & 0 \\ 0 & 1-\lambda_{13}\Delta t & 0 & \lambda_{13}\Delta t \\ 0 & 0 & 1-\lambda_{23}\Delta t & \lambda_{23}\Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

tedy: $\underline{P_S}(t+\Delta t)=\underline{P_S}(t).\underline{p}$ ⟵ matice pravděp. Přechodů

pravděp. stavů v čase t+Δt a t

- matici pravděp. přechodů lze vytvořit přímo z Markovova

P_{kj} nechť je pravděp. přechodu k →j

$P=[P_{kj}]$ ⇒ řádky ~ výchozí stavy v čase t
⇓
sloupce ~ následující stavy v čase t+Δt

<u>Pozn.</u>:

prvky pro k=j	~	pravděp. setrvání ve stavu
nulový prvek	~	přechod nemůže nastat
$\sum_k P_{kj}=1$!!	~	řádkový součet =1, systém musí přejít do některého z možných stavů (stochastická matice)

- zápis v diferenciálním tvaru:

úpravou rovnice pro S_0 (předchozí př.):

$$\frac{P_{S0}(t+\Delta t)-P_{S0}(t)}{\Delta t}=-(\lambda_{01}+\lambda_{02})P_{S0}(t)$$ a limitou Δt →0 dostaneme:

$\dot{P}_{S0}(t) = -(\lambda_{01} + \lambda_{02})P_{S0}(t)$

a obdobně pro S_1, S_2, S_3

$\dot{P}_{S1}(t) = \lambda_{01}P_{S0}(t) - \lambda_{13}P_{S1}(t)$

$\dot{P}_{S2}(t) = \lambda_{02}P_{S0}(t) - \lambda_{23}P_{S2}(t)$

$\dot{P}_{S3}(t) = \lambda_{13}P_{S1}(t) - \lambda_{23}P_{S2}(t)$

v maticovém tvaru:

$\dot{P}_S(t) = P_S(t).z$ ← matice intenzit

$$z = \begin{bmatrix} -(\lambda_{01}+\lambda_{02}) & \lambda_{01} & \lambda_{02} & 0 \\ 0 & -\lambda_{13} & 0 & \lambda_{13} \\ 0 & 0 & -\lambda_{23} & \lambda_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- součet prvků v každém řádku = 0 !!!

➢ řešení předchozí soustavy pro p.p. $P_{Si}(0)=0$; i=0…

$P_{S0}(t) = \exp[-(\lambda_{01} + \lambda_{02})t]$

$P_{S1}(t) = \dfrac{\lambda_{01}}{\lambda_{01} + \lambda_{02} - \lambda_{13}}[\exp(-\lambda_{13}t) - \exp[-(\lambda_{01} + \lambda_{02})t]]$

$P_{S2}(t) = \dfrac{\lambda_{01}}{\lambda_{01} + \lambda_{02} - \lambda_{23}}[\exp(-\lambda_{23}t) - \exp[-(\lambda_{01} + \lambda_{02})t]]$

$P_{S3}(t) = 1 - [P_{S1}(t) + P_{S1}(t) + P_{S2}(t)]$

Závěr: pravděpodobnosti stavů $S_0 \dots S_3$ vypočteny nezávisle na struktuře soustavy $\Rightarrow$ platí pro všechny možné konfigurace soustav ze dvou neopravitelných prvků

tedy speciálně: Sériová soustava:

$R(t)=P_{S0}(t)$ -oba prvky v bezporuchovém stavu

Paralelní soustava:

$R(t)=P_{S0}(t)+ P_{S1}(t)+ P_{S2}(t)+ P_{S3}(t)$

-alespoň jeden prvek bez poruchy

Složitost Markovova modelu

- závislé na počtu stavů soustavy **m**

  $\Downarrow$

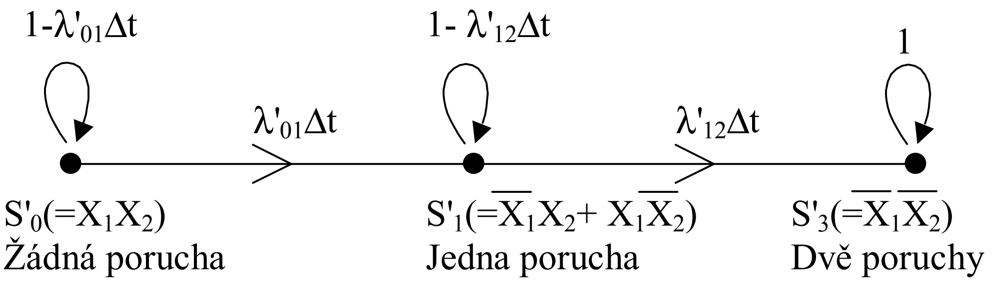
  m – diferenciálních rovnic 1. řádu
- obecně pro **n** prvků s k-stavy $m=k^a$!! → roste velmi rychle

zjednodušení

- rozlišení (pouze) stavů se shodným počtem poruchových prků (pro n prvků se 2-ma stavy se $m=2^n$ redukuje na $m=n-1$)

Př.: Soustava se 2-ma prvky
Sloučením stavů S_1 a S_2 a zavedení pravděp. $P_{S1'}(t)=P_{S1}(t)+P_{S2}(t)$

tedy graf:



Zjednodušení grafu nastalo pro $\lambda_{13}=\lambda_{23}$

$(\lambda_{01} \neq \lambda_{02})$

navíc

$\lambda'_{01}=\lambda_{01}+\lambda_{02}$

$\lambda'_{12}=\lambda_{13}=\lambda_{23}$