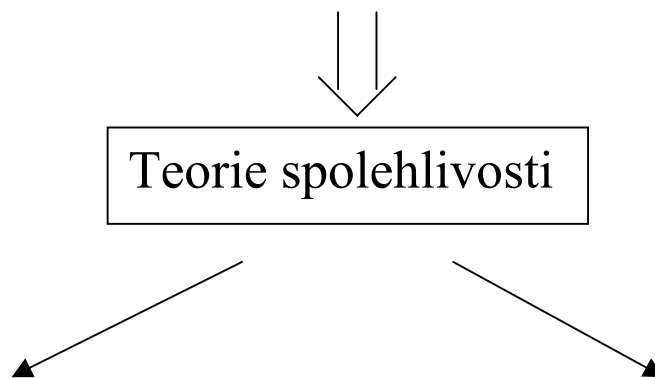


Spolehlivost a diagnostika

- Složité systémy a jejich spolehlivost:
 - Co je spolehlivost?
 - Vliv spolehlivosti komponentů systému...
 - Návrh systému z hlediska spolehlivosti...
- Aplikace - životně důležité systémy...
 - vojenské aplikace...



analýza spolehlivosti (jednodušší)

syntéza systému s požadovanou spolehlivostí

změna parametrů při výrobě následovaná analýzou spolehlivosti (testy)

Pozn.1: obecně nejsou známy parametry nových (nebo všech) komponentů užitých při výrobě systému ⇒ exaktní návrh NELZE učinit předem.

Pozn.2: zjišťování SUVISLOSTÍ poruch součástí systému není obvykle uskutečnitelné ⇒ nutnost určovat spolehlivost větších celků.

- Praktické zkoušky systémů → určení spolehlivosti
 - ! **NÁKLADNÉ** → nahrazení zrychlenými zkouškami:
 1. Zvětšené namáhání systému
 2. Rozbor možných druhů poruch + ověření jejich výskytu zrychlenými zkouškami

- Stanovení spolehlivosti parametrů systému z údajů o provozu zařízení:
 - Často jediná metoda
 - Dlouhodobý sběr dat, statistické zpracování

- Návrh zařízení (syntéza) s požadovanými parametry spolehlivosti:
 - Požadovaná míra spolehlivosti po určitou dobu životnosti systému (automobil)
 - Optimalizace spolehlivosti x nákladů na její dosažení (výrobní linka)
 - Vyloučení poruchy (!!!) (raketa)

- Stanovení potřebné míry spolehlivosti systému:
 - Opravitelný systém (kompromis cena x spolehlivost)
 - Neopravitelný systém (kompromis cena x následky)
NELZE DOSÁHNOUT ABSOLUTNÍ SPOLEHLIVOSTI
SYSTÉMU

- Způsob dosažení potřebné spolehlivosti:
 - Volba struktury systému (užití komponent s danou spolehlivostí)
 - Zlepšení spolehlivosti součástí systému

Pojem SPOLEHLIVOT:

zahrnuje

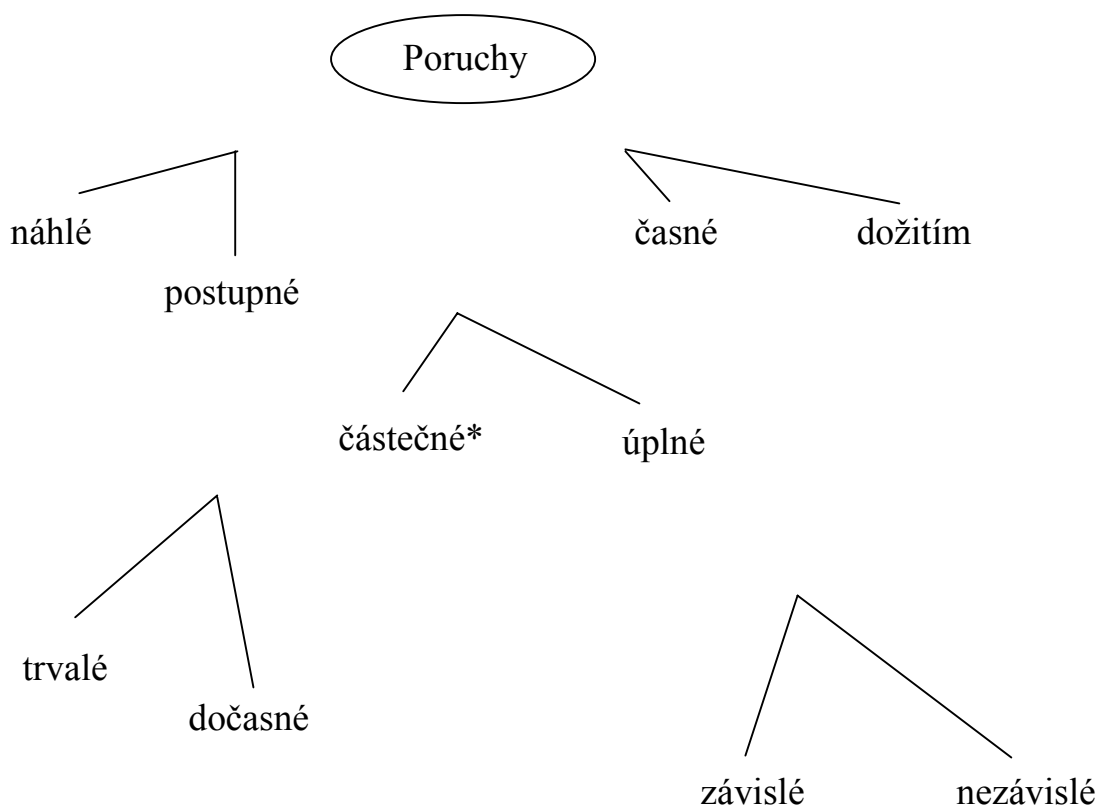
- bezporuchovost
 - životnost
 - udržitelnost
- Závislost sledovaného znaku na provozních podmínkách a v definovaném časovém intervalu.

míra bezporuchovosti \equiv pravděpodobnost bezporuchového provozu po časový úsek

míra spolehlivosti \equiv dtto

Druhy poruch

- Úplná nebo částečná ztráta schopnosti soustavy vykonávat očekávanou činnost.
Rozhodnutí, zda-li je provozní stav poruchou se provádí na základě stanovených podmínek provozu.



* Zhoršení, jež není klasifikováno jako porucha je ZÁVADOU.

- V teorii spolehlivosti se uvažují poruchy NÁHODNÉ. (Vyloučení poruch popsatečných jinými závislostmi → nejsou-li tyto závislosti známy, jsou zpracovány jako NÁHODNÉ poruchy).

Pozn. V dalším uvažujeme pouze poruchy TRVALÉ.

Charakteristiky spolehlivosti

neopravovaný systém – charakteristiky bezporuchového provozu:

- hustota poruch
- intenzita poruch
- střední doba bezporuchového provozu

Pozn.: Obvyklá závislost na čase, méně často na jiném provozním parametru (např. ujeté km, přečerpaný objem m³, apod.)

- spojitá nezávisle proměnná (čas)
- nespojitá nezávisle proměnná (diskrétní časové okamžiky)
- závisle proměnná : 2 stavy – poruchový stav
– provozní stav

Provoz zařízení v čase $t \geq 0$, necht' spojitá náhodná veličina ξ (porucha) nastane v $t = \xi$, potom:

Def.: Pravděpodobnost bezporuchového provozu $R(t)$

$$R(t) = P(\xi > t)$$

Def.: Pravděpodobnost poruchy, že pro $t \in \langle 0, t \rangle$ nastane porucha $Q(t)$ je shodná s distribuční funkcí ξ , tj.:

$$Q(t) = F(t) = P(\xi \leq t)$$

porucha a bezporuchový provoz se vylučují, tedy:

$$R(t) = 1 - Q(t)$$

předpokládejme, že existuje hustota poruch:

$$\frac{dF(t)}{dt} = f(t)$$

odvozená veličina: intenzita poruch $\lambda(t)$ (hazard)

$$\lambda = \frac{f(t)}{R(t)}$$

$\lambda(t)$ [1/čas] nejčastěji [1/hod]

- veličiny $R(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ popisují úplně bezporuchovost systému.
- vzájemné transformace:

$$\lambda = -\frac{\frac{dR(t)}{dt}}{R(t)} \quad \text{intenzita poruch}$$

$$-\lambda(t)dt = \frac{dR(t)}{R(t)}$$

$$-\int_0^t \lambda(t)dt = \ln R(t) - \ln R(0); R(0)=1$$

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right] \quad \text{pravd. bezpor. prov.}$$

$$f(t) = \frac{d(1-Q(t))}{dt} = \lambda(t) \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]$$

Def.: Střední doba bezporuchového provozu T_S :

$$T_S = E(\xi) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t)dt$$

nahrazení $f(t) \leftarrow R(t)$:

$$\int_0^{\infty} t f(t)dt = -\int_0^{\infty} t dR(t) = [-tR(t)]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t)dt; R(0) = 1, R(\infty) = 0$$

tedy:

$$T_S = E(\xi) = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad \dots \text{vztah užitečnější při výpočtech}$$

Def.: Rozptyl D náhodné doby poruchy ξ :

$$D(\xi) = E((\xi - E(\xi))^2) = \int_0^{\infty} (t - T_S)^2 f(t)dt$$

platí také:

$$D(\xi) = E(\xi^2) - E^2(\xi) = \int_0^{\infty} t^2 \cdot f(t)dt - T_S^2$$

Zavedením pravděp. bezporuchového provozu $R(t)$:

$$D(\xi) = 2 \int_0^{\infty} t R(t) dt - T_s^2$$

kde:

$$\sigma(\xi) = \sqrt{D(\xi)} \quad \text{–směrodatná odchylka}$$

Def.: Zaručená doba bezporuchového provozu T_β

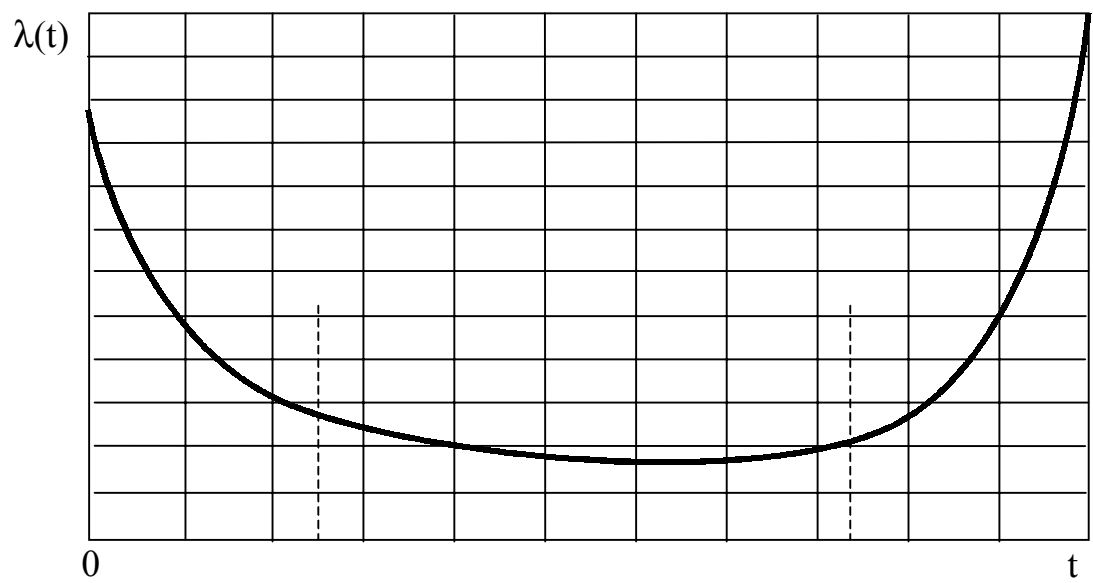
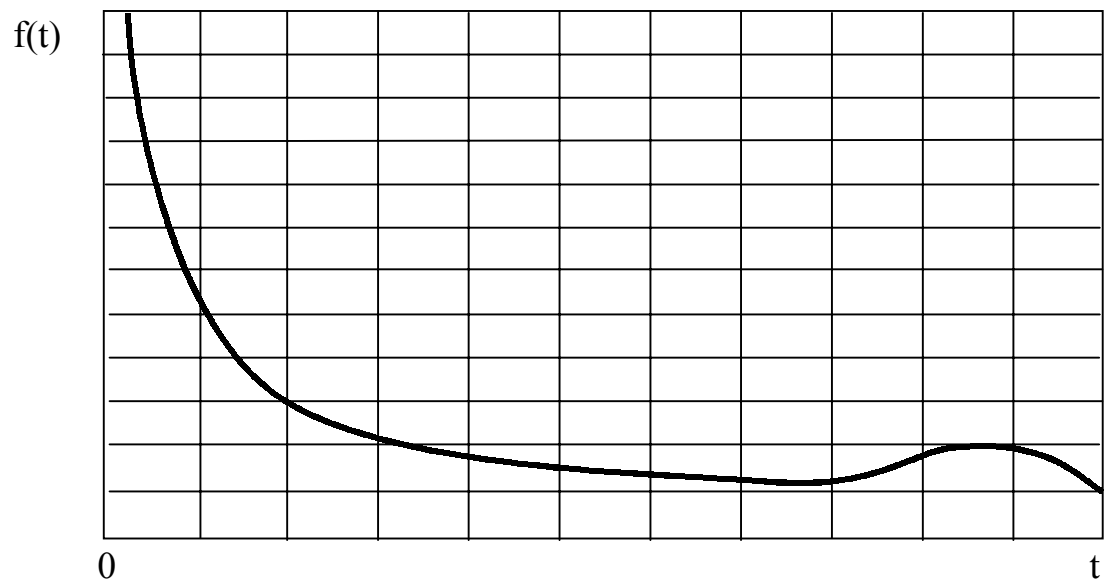
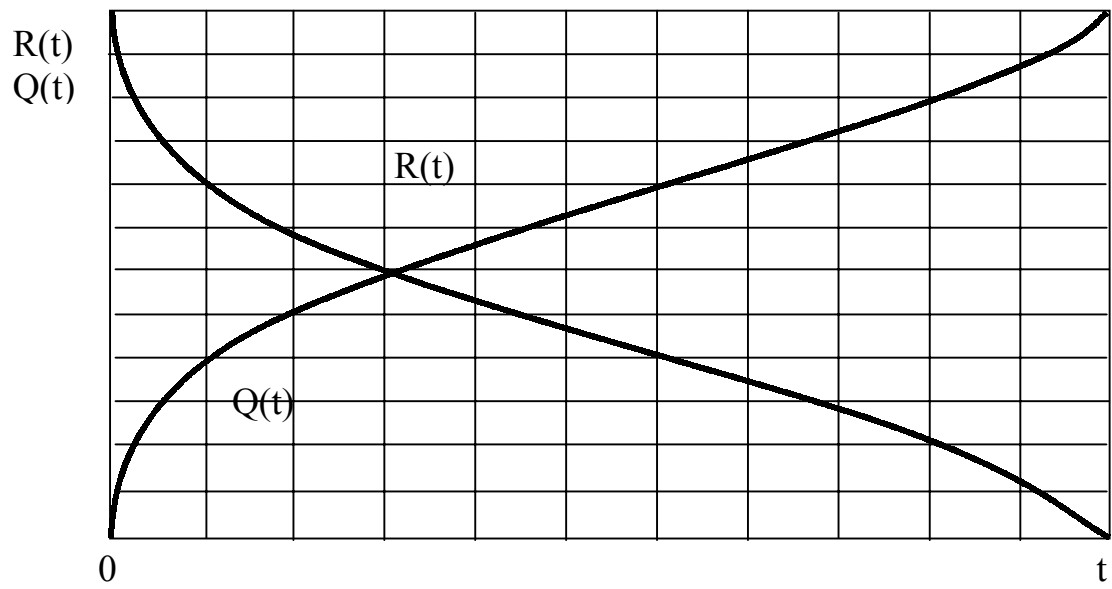
Je taková doba, kdy:

$$R(T_\beta) = \beta$$

pravděp. bezporuchového provozu bude mít hodnotu β .

Typické průběhy veličin

- nejnázornější časový průběh intenzity poruch $\lambda(t)$:
tři úseky (časové intervaly):
 - období časových poruch
(způsobeno chybami při návrhu a výrobě – zahořování)
 - období normálního provozu
(~ konstantní intenzita poruch)
 - období dožití systému
(intenzita poruch stoupá – opotřebení, únava materiálu)



Typické průběhy veličin $R(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$.

- Bezporuchovost systémů s nespojitou činností je vhodné zajišťovat v závislosti na POČTU VYKONANÝCH OPERACÍ
 - porucha se projeví pouze v okamžicích činnosti \Rightarrow diskrétní veličiny

diskrétní hustota pravděp.:

$$f(x_i) = P(x_i) = P(X=x_i) \quad \text{pravděp. jevu}$$

$i=1,2,\dots,n$

diskrétní hustota poruch:

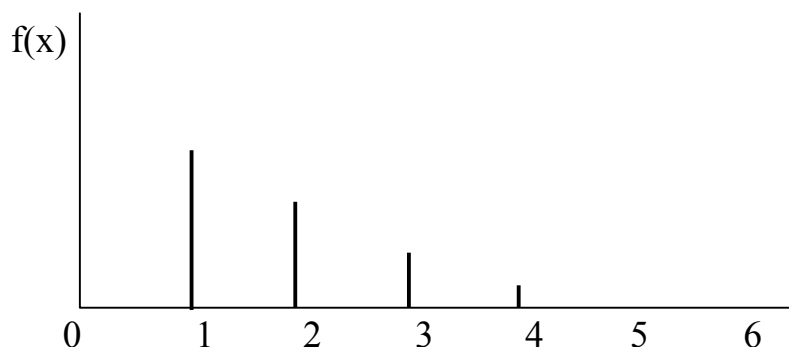
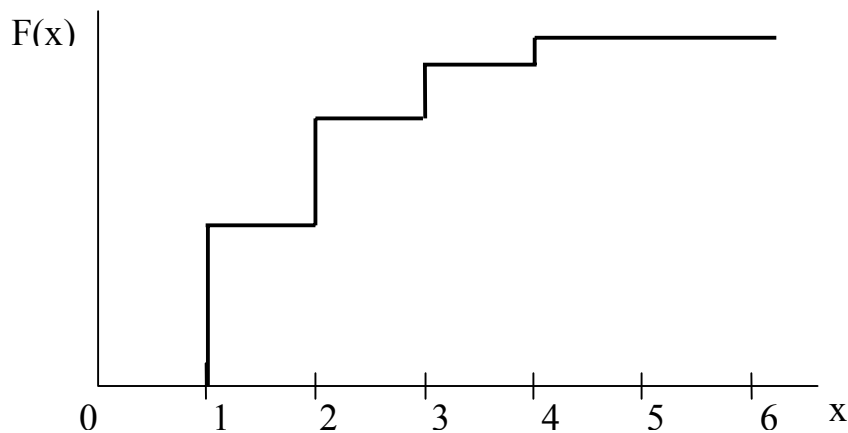
$$P(S) = \sum_{i=1}^n f(x_i) = 1$$

pravděp. poruchy:

$$Q(x) = F(x) = P(X \leq x_i) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$$

inverzní vztah pro hustotu pravděp. :

$$f(x) = F(x+) - F(x-) \quad \text{viz obr.}$$



Příklady průběhu diskrétní distribuční funkce $F(x)$ a odpovídající diskrétní hustoty pravděp. $f(x)$

- Střední délka bezporuchového provozu X_S :

$$X_S = E(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot f(x_i)$$

- Rozptyl $D(x)$:

$$D(x) = E(X - X_S)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - X_S)^2 \cdot f(x_i)$$

nebo také:

$$D(x) = EX^2 - X_S^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot f(x_i) - X_S^2$$

Další užitečné vztahy pro výpočet E a D:

Mějme: n nezávislých náhodných veličin

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, se shodným rozdělením pravděp.

aritmetický průměr:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

střední hodnota součtu:

$$E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n E(X_i)$$

z toho plyne:

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \cdot n \cdot E(X) = E(X)$$

pro rozptyl platí (nezávislé proměnné X_i):

$$D\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n D(X_i)$$

z toho:

$$D(\bar{X}) = \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot D(X) = \frac{1}{n} D(X)$$

směrodatná odchylka:

$$\sigma(\bar{X}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma(X)$$

Význam charakteristik spolehlivosti

- Předpokládáme skupinu N_0 shodných testovaných systémů
- Zaznamenávají se okamžiky poruch jednotlivých systémů (systémy se neopravují ani nevyměňují)

Nechť $N_{(t)}$ je počet správně pracujících systémů v čase t , dle definice pravděp. bezporuchového provozu je:

$$N_{(t)} = N_0 \cdot R(t)$$
$$R(t) = \frac{N_{(t)}}{N_0}$$

tj. značí střední počet systémů pracujících do doby t vztažený na počáteční počet systémů

pravděpodobnost poruchy:

$$Q(t) = \frac{N_0 - N(t)}{N_0}$$

necht' ΔN je počet porouchaných systémů v době $\langle t, t + \Delta t \rangle$, kde $\Delta t \rightarrow 0$ tedy:

$$\Delta Q(t) = f(t) \cdot \Delta t = \frac{\Delta N}{N_0}$$
$$f(t) = \frac{\Delta N}{\Delta t \cdot N_0}$$

- Za jednotku času nastane porucha v průměru pro:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = N_0 \cdot f(t) \text{ systémů}$$

tj. hustota poruch je rovna střednímu počtu poruch v jednotkovém časovém intervalu v době t vztaženém k počátečnímu počtu systémů N_0 (na začátku zkoušky, tedy v čase $t=0$)

obdobně pro intenzitu poruch platí (dosazením za $f(t)$ z předchozího):

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\Delta N}{\Delta t \cdot N_0}$$

tj. intenzita poruch je rovna střednímu počtu poruch v jednotkovém časovém intervalu v době t vztaženému k počtu systémů bez poruch v době t .

- Podmíněná pravděp. v def. intenzity poruch

necht' $\Delta Q'$ je podmíněná pravděp., že se systém porouchá v čase $\langle t, t + \Delta t \rangle$, kde $\Delta t \rightarrow 0$ za podmínky, že do doby t pracoval bez poruchy platí:

$$\Delta Q = R(t) \cdot \Delta Q'$$

$\Delta Q \rightarrow$ nepodmíněná pravděp. poruchy během $\langle t, t + \Delta t \rangle$.
Protože:

$$\Delta Q = f(t) \cdot \Delta t$$

plat:

$$\Delta Q' = \frac{\Delta Q}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \cdot \Delta t = \lambda(t) \cdot \Delta t$$