



DCGI

KATEDRA POČÍTAČOVÉ GRAFIKY A INTERAKCE

Animace

J. Bittner, M. Hapala

Rotace v R^2 a R^3

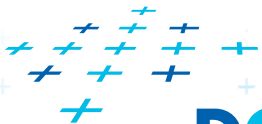
- Rotace v R^3 je lineární zobrazení dané maticí M

$$M = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$$

která je ortonormální a její determinant = 1.

- Analogicky rotace v R^2

$$M' = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix}$$

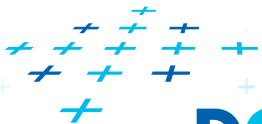


Kvaterniony

- Zobecnění komplexních čísel
- Tři imaginární jednotky i, j, k
 - $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$
 - $ij = -ji = k, jk = -kj = i, ki = -ik = j$
- Kvaternion je čtveřice $\mathbf{q} = (w, x, y, z)$
 - častá notace $\mathbf{q} = (r, \mathbf{v})$, kde $\mathbf{v} = xi + yj + zk$
 - \mathbf{q} lze interpretovat jako vektor v \mathbb{R}^4

$$\mathbf{q} = (\cos \phi/2, \mathbf{a} \sin \phi/2)$$

3D rotace okolo osy \mathbf{a} o úhel ϕ

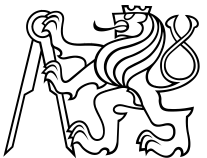


Operace s kvaterniony

- Součet a skalární součin po složkách
- Násobení
 - Skládání rotací
 - Asociativní, nekomutativní

$$(r_1, \vec{v}_1)(r_2, \vec{v}_2) = (r_1 r_2 - \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2, r_1 \vec{v}_2 + r_2 \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \times \vec{v}_2)$$

- Sdružený kvaternion $\mathbf{q}^* = (r, -\mathbf{v})$
 - opačně orientovaná (inverzní) rotace



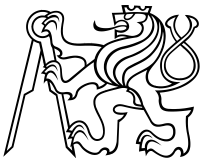
Použití kvaternionu

- q jednotkový kvaternion
 $q = (\cos \phi/2, \mathbf{a} \sin \phi/2)$
- Transformace vektoru $v = (0, x, y, z)$

$$v' = q v q^*$$

$$v' = (0, x', y', z')$$

- v' je rotace v okolo osy \mathbf{a} s úhlem α

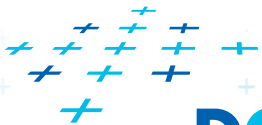


Převod na matici

- Kvaternion q odpovídá matici

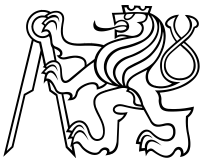
$$R = \begin{pmatrix} 1 - 2y^2 - 2z^2 & 2xy - 2wz & 2xz + 2wy \\ 2xy + 2wz & 1 - 2x^2 - 2z^2 & 2yz - 2wx \\ 2xz - 2wy & 2yz + 2wx & 1 - 2x^2 - 2y^2 \end{pmatrix}$$

- Skládání rotací je rychlejší pomocí kvaternionů
- Transformace vektoru rychlejší pomocí matice



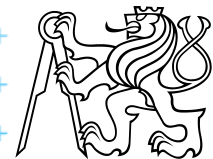
Interpolace rotací

- Rotace R_0 a R_1 , parametr t
 - $R(0) = R_0$ a $R(1) = R_1$
 - pro každé t je $R(t)$ rotace
 - úhlová rychlost bodu transformovaného $R(t)$ je konstantní
- Interpolace rotačních matic
 - ortonormalita se obvykle lineární interpolací poruší
- Interpolace 3D rotací pomocí kvaternionů
 - Lineární interpolace (LERP)
 - Sférická lineární interpolace (SLERP)
 - zachování konstantního úhlového kroku
 - mírně složitější výpočet vah interpolace



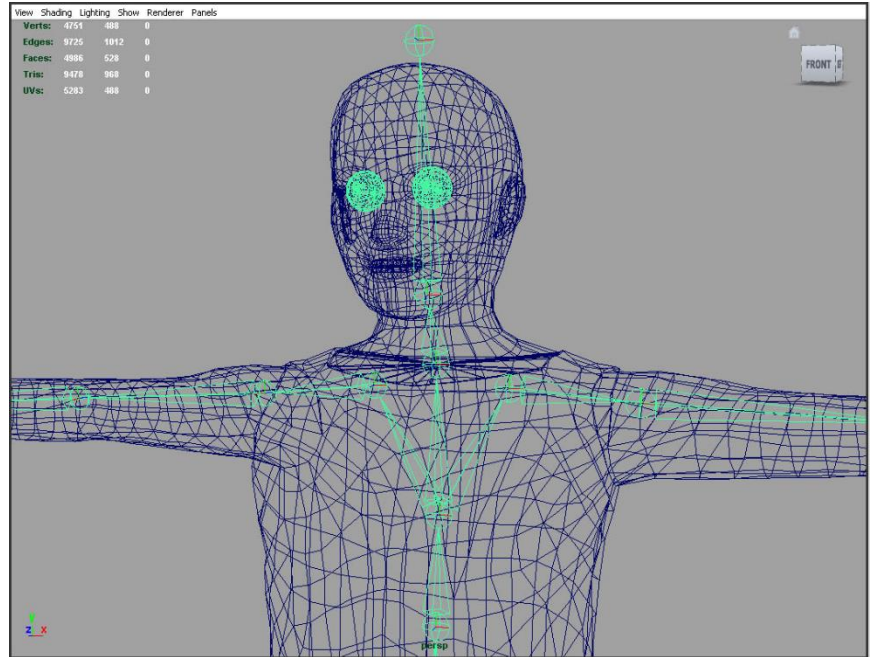
Skeletální animace

- Per-vertex animace objektu
 - těžko se ovládá
 - mnoho dat
- Skeletální animace
 - pomocná struktura určující deformaci modelu = kostra
 - tvar modelu kopíruje polohu kostry
 - více možností
 - kostra má méně stupňů volnosti než 3D model
 - jednodušší animace
 - úspora paměti

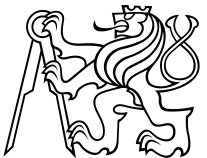


Vstup

- Kostra (skeleton)
 - zadaná stromem
 - uzly reprezentují klouby
 - hrany reprezentují kosti
- Pokožka (skin)
 - 3D model



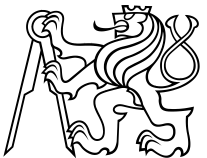
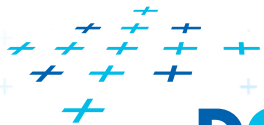
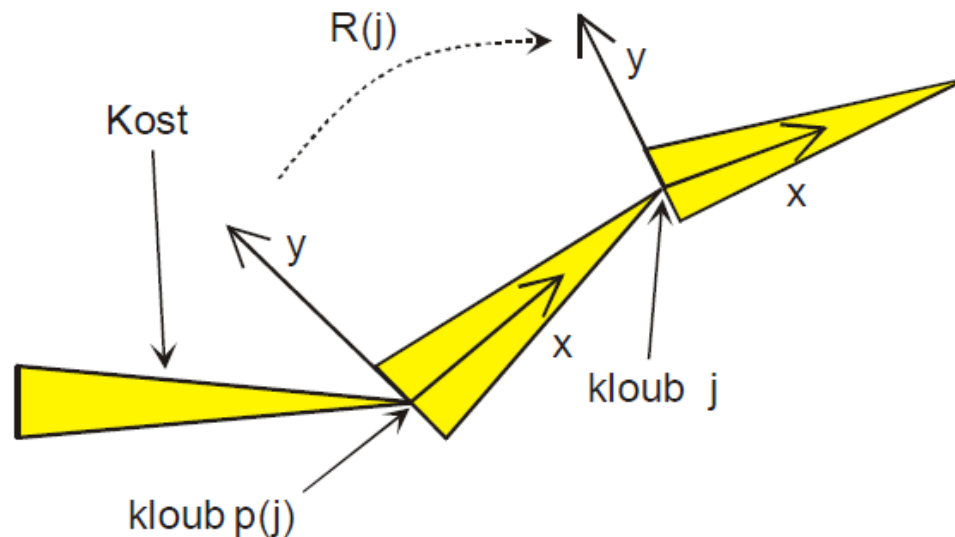
- Kostra i skin jsou navrženy v referenční poloze (T-pose, Bind-pose)



Kostra

■ Každý kloub

- je souřadný systém, má vlastní transformační matici nebo SQT
- má jednoho předka, transformace je vyjádřena vzhledem k němu



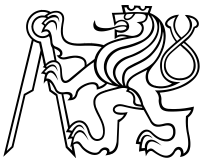
Animace

- Každý kloub může rotovat kolem libovolné osy
 - typicky se nepoužívá posun ani změna měřítka
- Rotace kloubu ovlivňuje všechny potomky
- Dva problémy
 - určit rotace kloubů
 - deformace modelu podle kostry (tzv. skinning)



Animace kostry

- Dopředná kinematika
 - přímé ovládání kostry, náročné na tvorbu
 - zadávají se jen klíčové snímky (interpolace)
- Inverzní kinematika
 - nepřímá kontrola kostry, rotace kloubů se spočítají podle cíle
- Motion capture
 - záznam pohybu herce
 - následné vyčištění a zpracování
- Dopředná dynamika
 - fyzikální knihovny



Animace pomocí klíčování

- Návrh jen důležitých klíčových snímků
- Ostatní se dopočítají interpolací
 - existuje řada interpolačních křivek
- Klíčováním lze kontrolovat cokoliv
 - rotace, pozice kloubů
 - metachannels: animace textury, materiálů, ...



Animační klipy

- Základní (krátká) animační sekvence
 - Chůze
 - Běh
 - Úkrok vpravo-vlevo
 - Rychlý běh doprava/doleva
 - Zamiř rovně-dolu-nahoru
 - ...



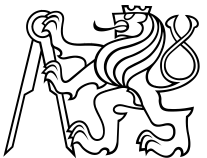
Míchání klipů

- LERP na SQT transformacích kloubů
- Několik klipů dohromady
- Obecně popsáno stromem míchání
- Přechody (cross-fade)
- Směrový pohyb, kombinace pohybů
- Aditivní míchání
 - Diferenční klip
 - Pouze relativní transformace vůči referenci
 - Např. mávání rukou (lze míchat s chůzí i během)
- Tisíce animačních klipů – důležitá komprese kanálů



Inverzní kinematika (IK)

- Zadán cílová pozice (a rotace) pro kloub
 - např. ruka na klice od dveří
- IK spočítá transformace v předcích aby kloub (koncový efektor) na cíl dosáhl
 - najdi rotace všech kloubů
 - minimalizuj chybu end effektoru, změny od předchozí pozice
- Problémy
 - nemusí existovat řešení
 - řešení nemusí být jednoznačné
 - složité pro delší řetězce



IK: Analytické řešení

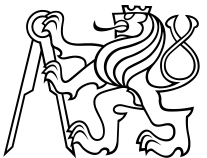
- Řešení soustavy rovnic
- Složité pro delší řetězce
 - typicky se používá pro max. 6 stupňů volnosti
- Např. Human Arm Linkage (HAL) řetězec
 - 7 stupňů volnosti: 3 rameno, 1 loket, 3 zápěstí
 - kombinace analytických a numerických metod



Inverzní kinematika (IK)

- Numerické řešení
 - Cyclic coordinate descent
 - Změnit pouze jeden úhel v jednom kroku

- Rozsah pohybu kloubů
 - omezení jednotlivých stupňů volnosti
 - často nestačí pro popis reálných kloubů
 - model založený na svalech

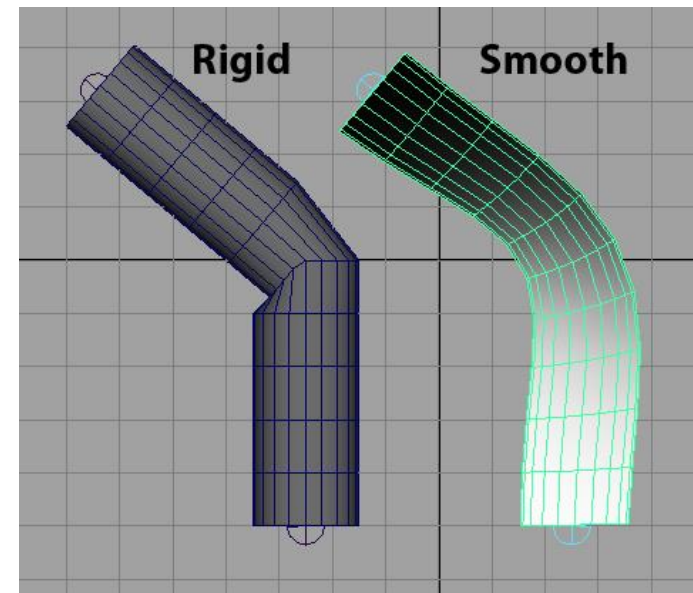


Rigid skinning

- Skinning – obalení kostry “kůží”
- Detailní polygonální síť
- Každý vrchol \mathbf{v} má přiřazen jeden kloub j
- F je transformace v animované poloze, A je transformace v referenční poloze

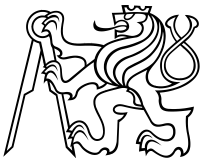
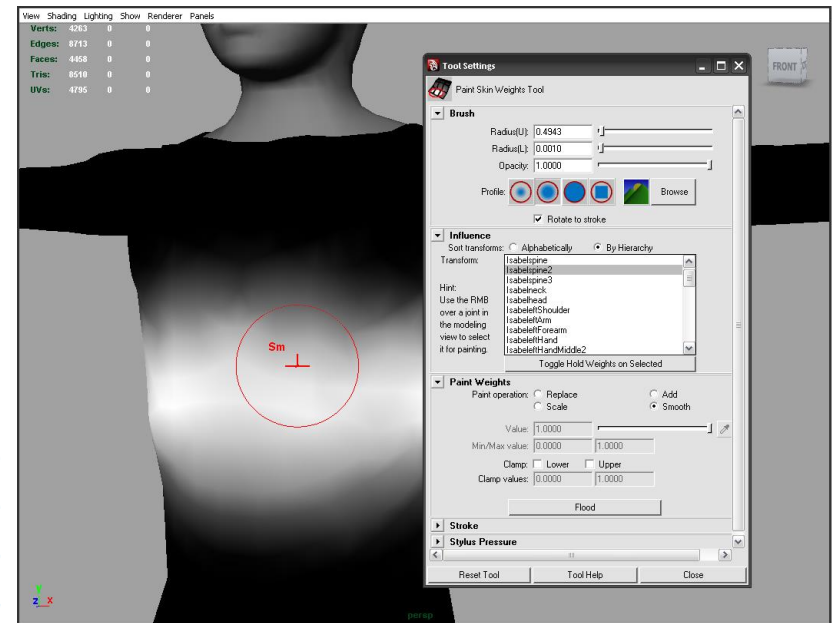
$$\mathbf{v}' = F(j) A(j)^{-1} \mathbf{v}$$

- Použito ve starších hrách
- Nevhodné pro vrcholy poblíž kloubů



Linear Blend Skinning

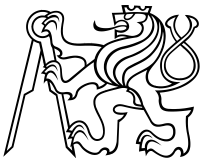
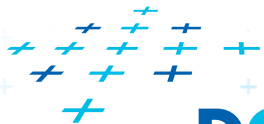
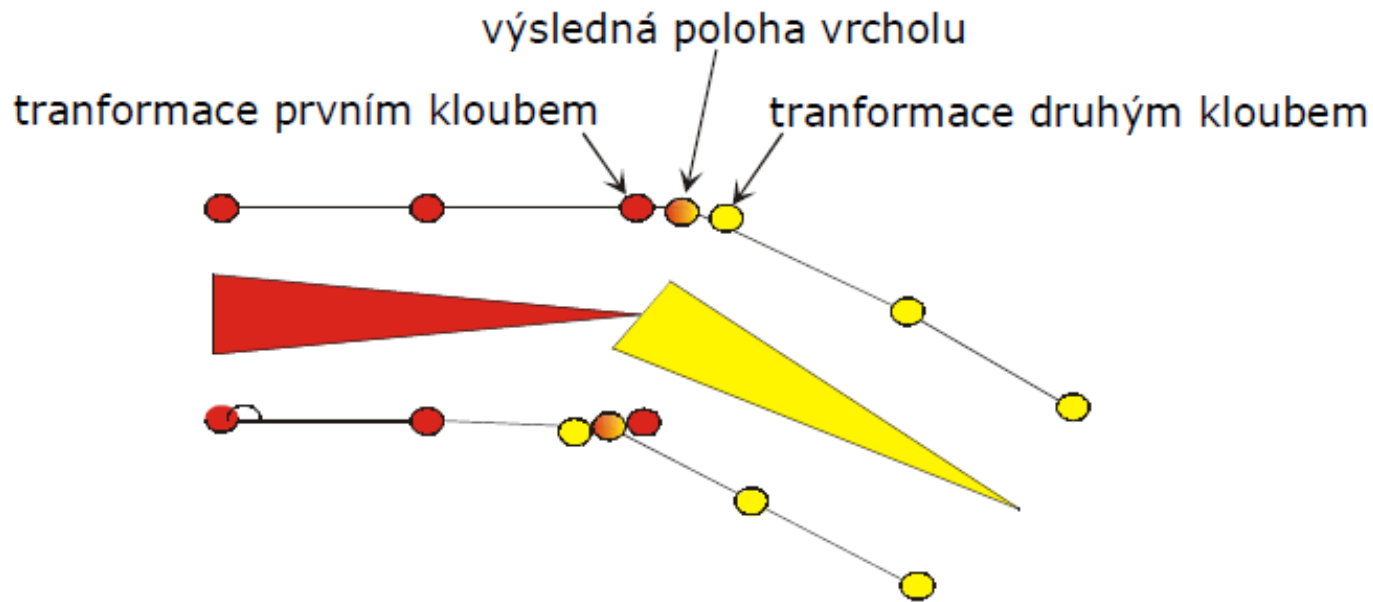
- Každý vrchol \mathbf{v} ovlivňován několika klouby j_1, \dots, j_m s danými váhami w_1, \dots, w_m
- Váha popisuje míru vlivu kloubu j na pozici vrcholu \mathbf{v}
- Váhy musí být konvexní, tj.
 - $w_1 + \dots + w_m = 1$
 - $w_1 \geq 0, \dots, w_m \geq 0$
- Váhy se typicky navrhují ručně



Linear Blend Skinning

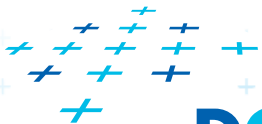
$$\mathbf{v}' = w_i F(j_i) A(j_i)^{-1} \mathbf{v} + \dots + w_j F(j_j) A(j_j)^{-1} \mathbf{v}$$

- Hladká deformace skinu
- HW podpora
- Pro velké rotace – stále nepřirozené deformace



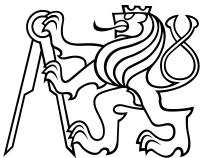
Linear Blend Skinning

- Jednoduchá implementace
- Rychlý výpočet
- Artefakty až při větších rotacích
- LBS nezachovává ortonormalitu a tudíž ani objem deformovaného skinu



Pokročilé metody skinningu

- Způsoby jak zredukovat artefakty
 - přidat pomocné klouby
 - rozprostření rotace
 - míchání logaritmů matic a sférické míchání
 - pokročilá interpolace
 - duální kvaterniony
 - 8 parametrů



Křivky

- K čemu potřebujeme křivky?
- Definují
 - trajektorii
 - změnu rychlosti
 - zrychlení
 - barvu
 - ...
- Požadavky
 - jednoduchá specifikace
 - intuitivní na použití
 - rychlý výpočet

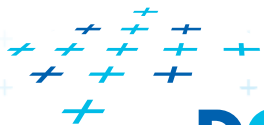
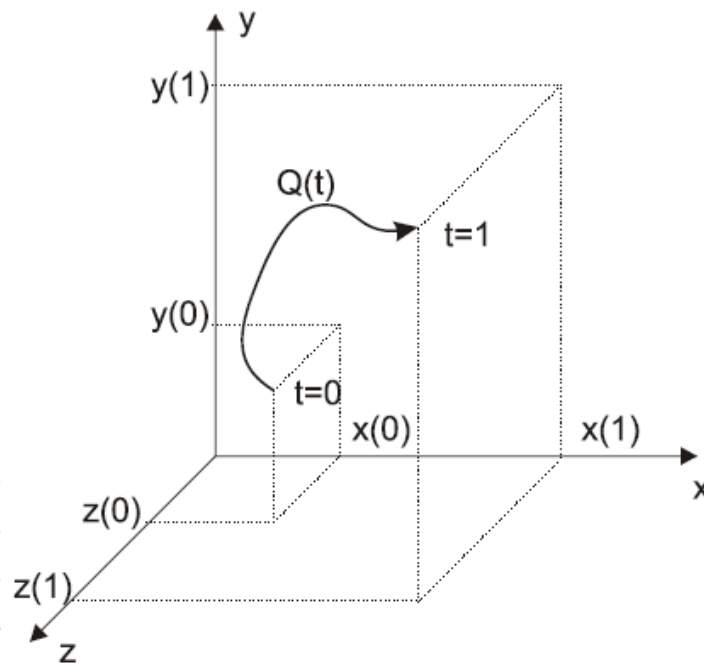


Definice

- Parametrická rovnice křivky

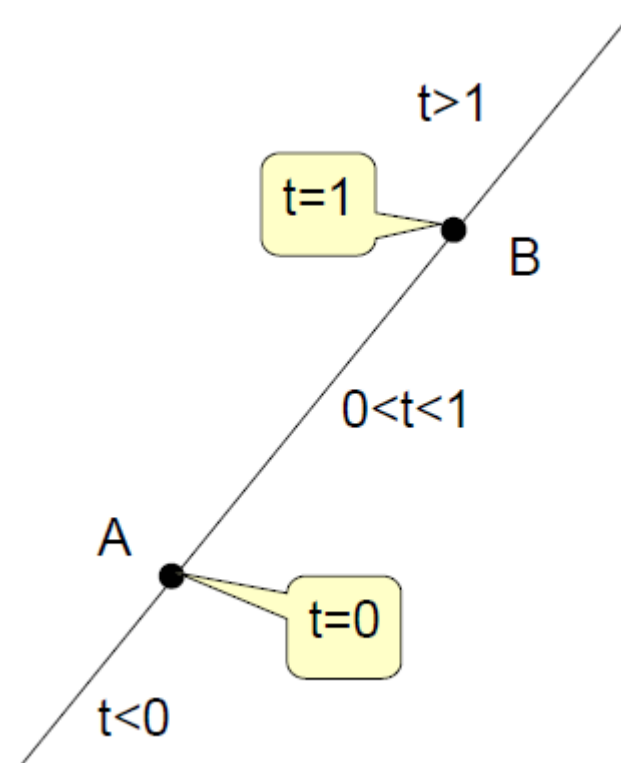
$$Q(t) = [x(t), y(t), z(t)]$$

- $Q(t)$ je bod na křivce v čase $t \in [0, 1]$
- $Q(0)$ je počáteční bod
- $Q(1)$ je konečný bod



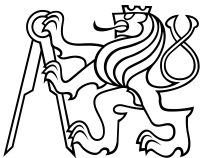
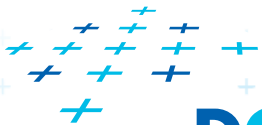
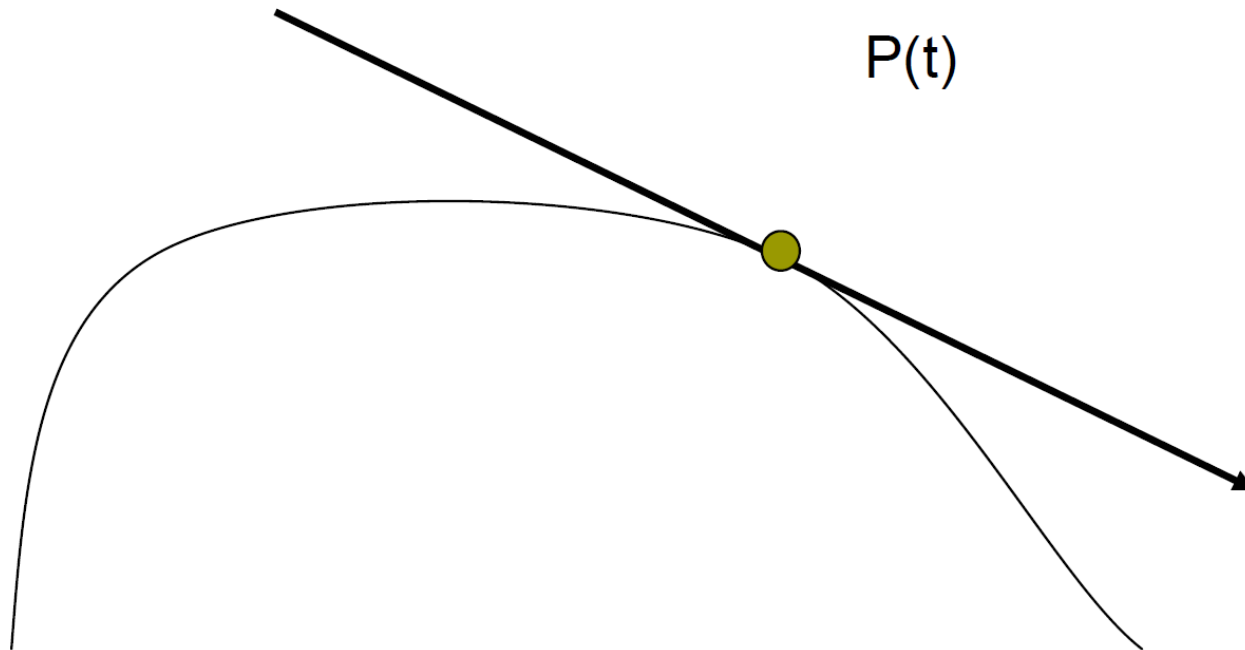
Lineární interpolace

- Triviální příklad
- $Q(t)=[x(t),y(t),z(t)]=A+t(B-A)$
- $Q(0)=A$
- $Q(1)=B$
- $Q(0.5)=(A+B)/2$



Derivace a tečna

- Derivací je tečný vektor v daném bodě
- Tangenta je přímka procházející daným bodem ve směru tečného vektoru



Animační křivky

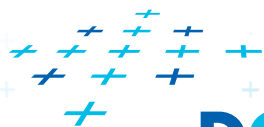
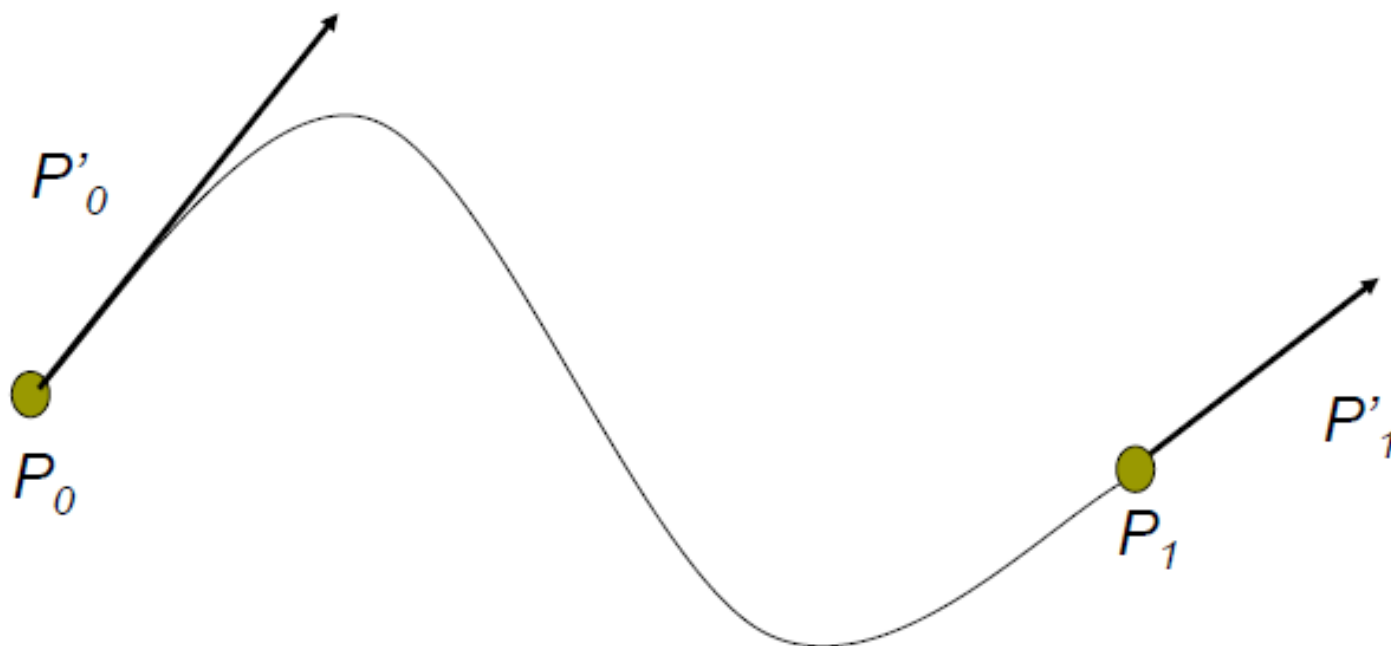
Dvě nejčastější reprezentace založené na Hermitovské interpolaci

- Catmull-Rom splines
- Kochanek-Bartels splines (TCB)



Hermitovská interpolace

- Jeden úsek Hermitovské kubiky je dán dvěma řídicími body a dvěma tečnými vektory
- Body P_0, P_1 a vektory P'_0, P'_1



Hermitovská interpolace

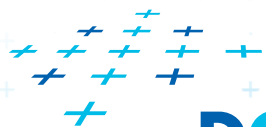
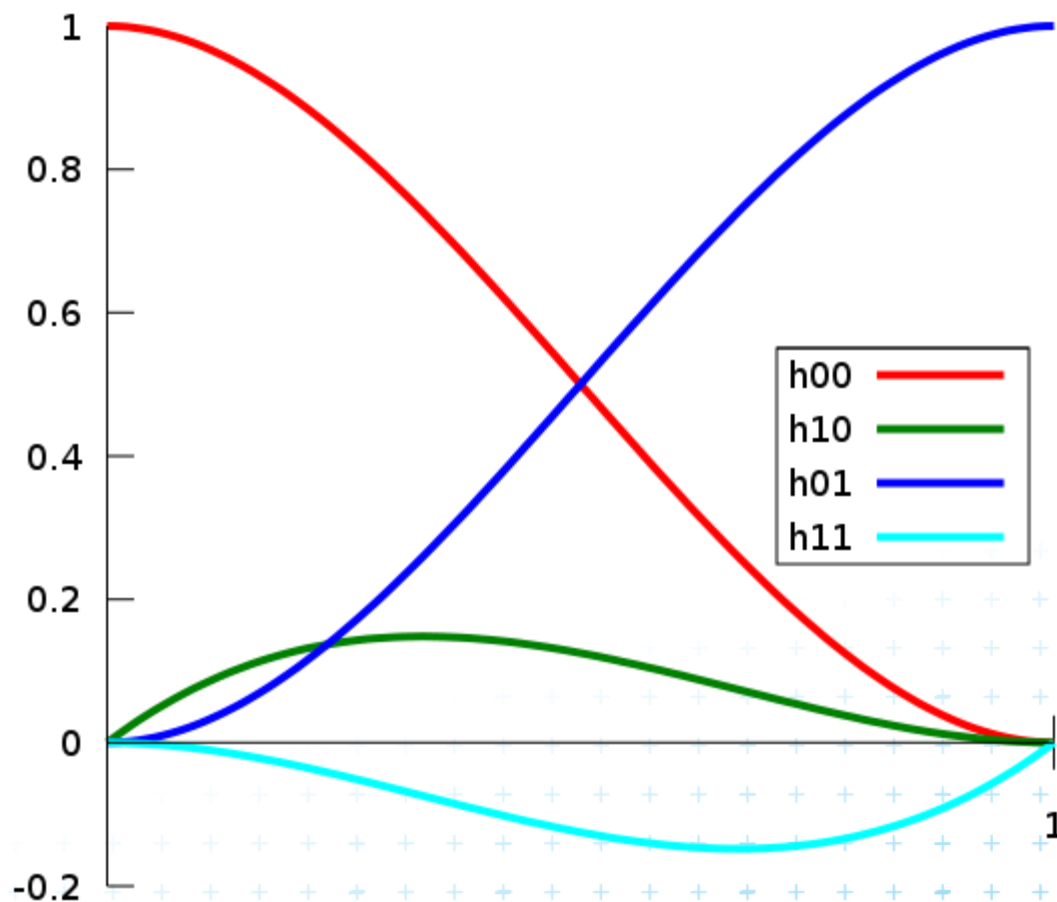
Dána rovnicí

$$Q(t) = P_0 F_0(t) + P_1 F_1(t) + P'_0 F_2(t) + P'_1 F_3(t)$$

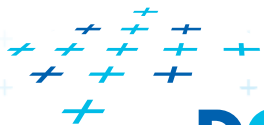
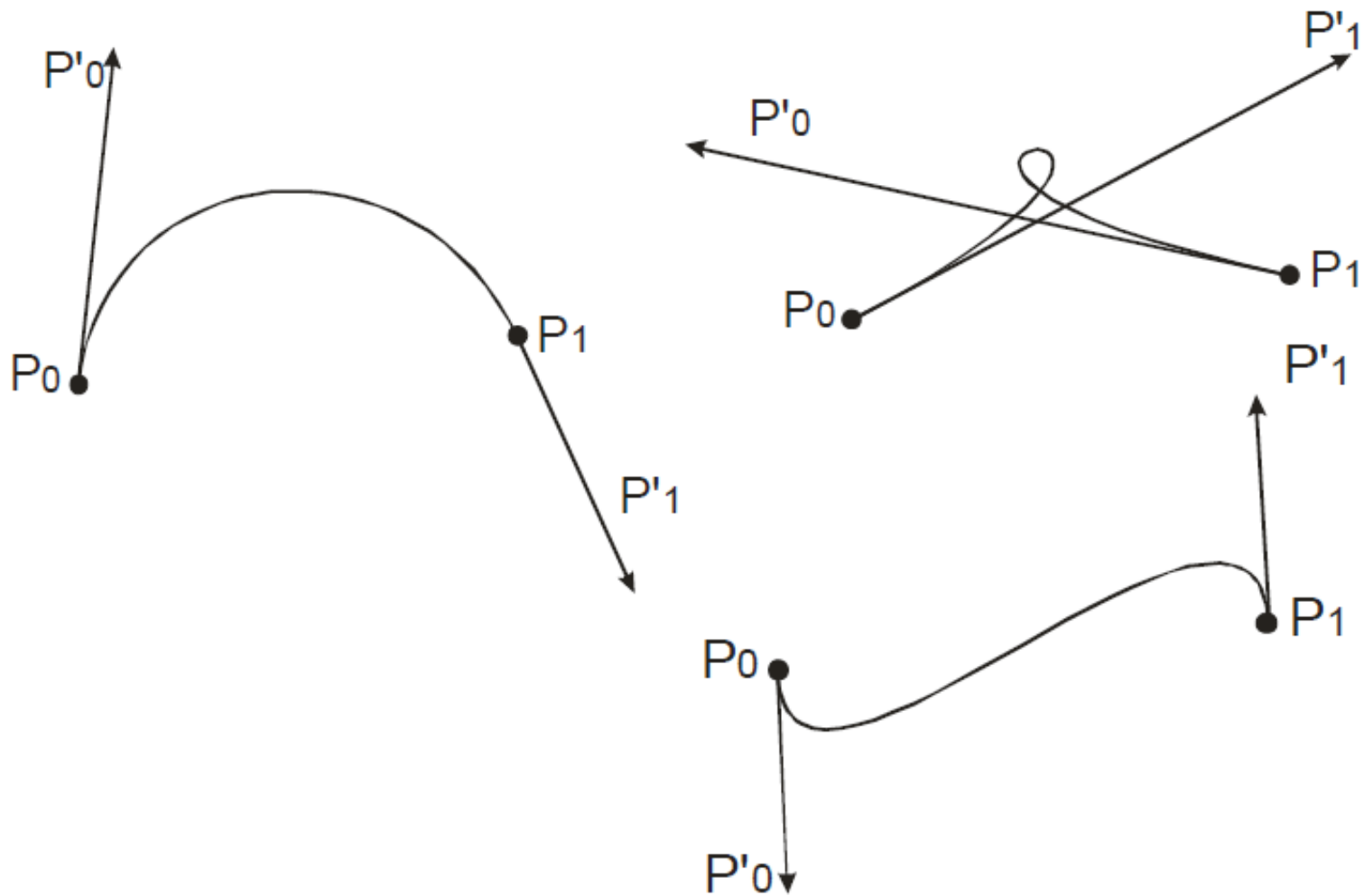
- $F_0(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$
 - $F_1(t) = -2t^3 + 3t^2$
 - $F_2(t) = t^3 - 2t^2 + t$
 - $F_3(t) = t^3 - t^2$
-
- pro $Q(0)$ obdržíme P_0 , pro $Q(1)$ pak P_1
 - křivka prochází P_0 a P_1



Hermitovské báze



Příklady



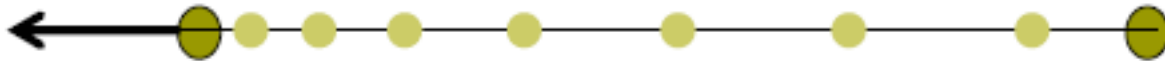
Rasterizace

- Výpočet n bodů na křivce
- Triviální řešení
 - konstantí časový posun
 - pohyb po křivce ale může být zrychlený

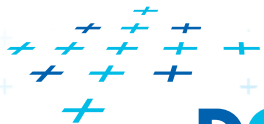
- Tečné vektory nulové



- P'_0 nenulové

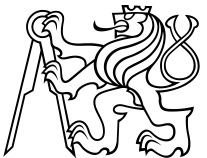
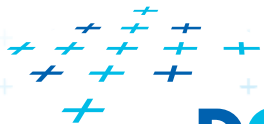
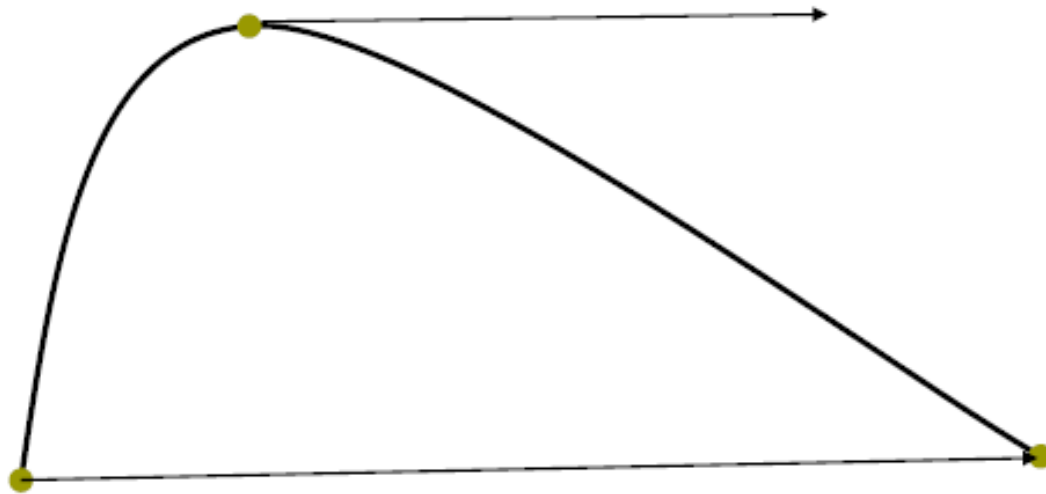


- Parametrizace délkou oblouku (arc-length)
 - stejná vzdálenost bodů na křivce



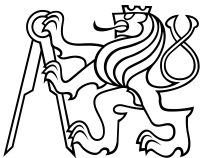
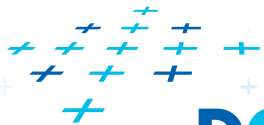
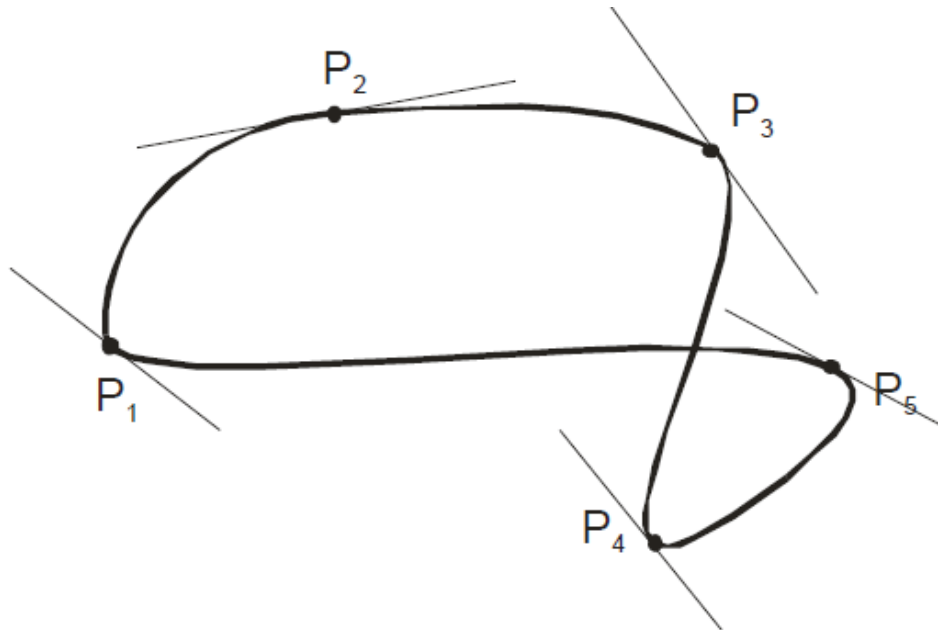
Catmull-Rom splines

- Hermitovská interpolace se speciální volbou tečných vektorů
- Tečný vektor v bodě P je rovnoběžný s vektorem daným dvěma sousedními body
- Jeho velikost je poloviční



Catmull-Rom splines

- Uzavřená křivka je speciální případ
 - jinak je nutné přidat navíc počáteční a koncový bod

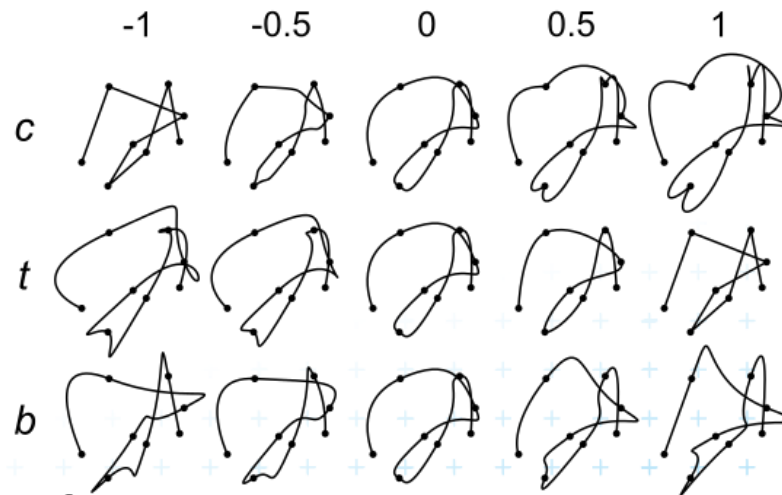


Kochanek-Bartels splines

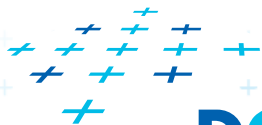
- TCB křivky - tension, continuity, bias

$$\mathbf{d}_i = \frac{(1-t)(1+b)(1+c)}{2}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) + \frac{(1-t)(1-b)(1-c)}{2}(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i)$$

$$\mathbf{d}_{i+1} = \frac{(1-t)(1+b)(1-c)}{2}(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i) + \frac{(1-t)(1-b)(1+c)}{2}(\mathbf{p}_{i+2} - \mathbf{p}_{i+1})$$



- $t=0, c=0, b=0$, Catmul-Rom spline



Reference

- A. J. Hanson, Visualizing Quaternions

