

## Bonusová úloha č. 1

Uvažujme obyčejný neorientovaný graf  $G = (V, E)$ , kde množina vrcholů jsou všechna přirozená čísla od 1 do 100, tj.  $V = \{1, \dots, 100\}$ , a kde dva vrcholy  $m, n$  ( $m < n$ ) jsou spojené hranou právě tehdy, když  $m$  dělí  $n$ . Například tedy  $\{5, 35\} \in E$  a  $\{6, 8\} \notin E$ .

1. Které vrcholy v grafu  $G$  mají stupeň 1? Uveďte jejich výčet a popište, čím jsou charakteristické.
2. Určete největší možný podgraf v  $G$ , který je úplným grafem. Zdůvodněte, proč neexistuje větší (s více vrcholy).
3. Rozhodněte, zda  $G$  obsahuje indukovaný podgraf izomorfní s  $K_{3,3}$ . Pokud ano, uveďte příklad, pokud ne, zdůvodněte.

Poznámka: Podgraf  $G' = (V', E')$  grafu  $G = (V, E)$  je indukovaný právě tehdy, když  $E'$  obsahuje všechny hrany z  $E$ , které mají oba koncové vrcholy ve  $V'$ .