

A6M33SSL: Domácí úloha: DU4

Varianta: kastaja1

1. [stat_ci_vitamin, 0.300 b.] Podnik vyrábí doplněk stravy s vitamínem C ve formě tabletek. Výrobní proces v normálním stavu produkuje tabletky, jejichž průměrný obsah vitamínu C by měl být $\mu = 100 \pm 1$ mg a rozptyl by neměl být větší než $\sigma_{\max}^2 = 1 \text{ mg}^2$. Z dané šarže jsme odebrali n tabletek, změřili jsme obsah vitamínu C a dostali tak realizaci n.v. \mathbf{x} .

- Vypočtete odhad střední hodnoty \bar{x} a rozptylu $s_{\mathbf{x}}^2 = r$ z realizace náhodného výběru \mathbf{x} .
- Spočtete $100(1 - \alpha)\%$ oboustranný intervalový odhad $\langle m_d, m_h \rangle$ pro střední hodnotu obsahu vitamínu C v tabletce.
- Spočtete $100(1 - \alpha)\%$ dolní intervalový odhad r_d pro rozptyl obsahu vitamínu C v tabletce.
- Vyhovuje tento proces požadavkům, pokud byste měli soudit podle vypočtených intervalů spolehlivosti? (Do JSON souboru uveďte buď "spl": "ano" nebo "spl": "ne").

Není-li uvedeno jinak, zaokrouhlete výsledky na 4 platné číslice.

Parametry: $n = 8$, $x = [101.37, 103.07, 102.83, 100.14, 101.42, 99.95, 102.17, 101.62]$, $\alpha = 0.001$

Požadované výsledky: \bar{x} , r , m_d , m_h , r_d , spl

2. [stat_ci_baker, 0.400 b.] V pekařství, kde si zakládají na ruční výrobě, jsme nakoupili n bochníků téhož druhu chleba. Bochníky jsme zvážili a jejich průměrná hmotnost byla $\bar{\mathbf{x}} = m$ kg s výběrovou směrodatnou odchylkou $s_{\mathbf{x}} = s$ kg. Předpokládejme, že hmotnost bochníků má normální rozdělení.

- Předpokládejme, že naše odhady m a s jsou skutečnými parametry rozdělení hmotnosti bochníků. Jakou minimální garantovanou nosnost M_l musí mít taška, aby unesla kterýkoli z 95 % nejlehčích bochníků?
- Jakou minimální garantovanou nosnost M_p musí mít taška, aby unesla **průměrný** bochník s 95% spolehlivostí? (Průměrný bochník je bochník s hmotností rovnou neznámé střední hodnotě.)
- Určete 99% oboustranný interval spolehlivosti $\langle d, h \rangle$ pro střední hodnotu hmotnosti bochníků.
- Kolik bochníků n_c celkem bychom museli zvážít, abychom byli schopni určit oboustranný odhad střední hodnoty hmotnosti bochníků s alespoň 99% spolehlivostí a s maximální přípustnou chybou Δ ? (Výsledkem by mělo být nejmenší celé číslo, které splňuje požadavky.)

Parametry: $n = 10$, $m = 3.65$, $s = 1.46$, $\Delta = 0.5$

Požadované výsledky: M_l , M_p , d , h , n_c

3. [stat_ci_smoking, 0.300 b.] Chceme odhadnout procento lidí v populaci, kteří jsou pro úplný zákaz kouření v restauracích. Předpokládejme, že každý člověk buď je pro zákaz nebo není, jiná možnost neexistuje.

- Napište, jakým rozdělením lze popsat výběrovou relativní četnost v závislosti na populační pravděpodobnosti q (předpokládejte rozsah výběru větší než 100). Vyjádřete chybu oboustranného intervalového odhadu jako funkci populační pravděpodobnosti. Pro jakou hodnotu populační pravděpodobnosti q_m je tato chyba maximální?

- b) Určete počet lidí n_1 , jichž se budete muset zeptat na názor, abyste zaručili, že chyba $100P\%$ intervalu spolehlivosti nepřesáhne $\Delta_{\max} = d$, ať už je skutečná populační pravděpodobnost jakákoli. (Výsledek uveďte jako celé číslo.)
- c) Určete počet lidí n_2 , jichž se budete muset zeptat na názor, abyste zajistili, že se chyba $100P\%$ intervalu spolehlivosti nebude moc lišit od $\Delta_{\max} = d$, víte-li, že v minulém podobném měření bylo pro zákaz kouření $100q_h\%$ oslovených, a předpokládáte-li, že se tato hodnota moc nezměnila. (Výsledek uveďte jako celé číslo.)
- d) Provedli jsme průzkum a získali jsme realizaci náhodného výběru velikosti n_2 . V něm se n_A lidí vyjádřilo pro úplný zákaz kouření v restauracích. Vypočtete $100P\%$ oboustranný intervalový odhad $\langle q_1, q_2 \rangle$ části populace, která je proti kouření.

Není-li uvedeno jinak, zaokrouhlete výsledky na 4 platné číslice.

Parametry: $P = 0.9$, $d = 0.04$, $q_h = 0.21$, $n_A = 107$

Požadované výsledky: q_m , n_1 , n_2 , q_1 , q_2