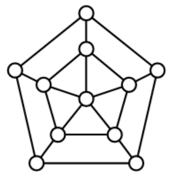
Zkouškový Test PAL A Jméno ______________________________ sem+bon+pgm: ___

V následujících otázkách je správně někdy jen jedna, někdy více variant odpovědí.
Správně zodpovězená otázka je taková, která určí správně všechny varianty odpovědí a je hodnocena uvedeným počtem bodů. Pokud některá varianta je určena chybně, otázka je hodnocena 0 body.

1. (1b.)

Jaký je maximální počet hran, které lze z daného grafu odstranit tak, aby se nezměnila jeho barevnost?



a) 0
b) 2
c) 5
d) 10
e) 15

2. (2b.)

Graf má m+n uzlů ($m \geq 1$, $n \geq 1$), z čehož je m bílých uzlů a n modrých uzlů. Každý bílý uzel je spojen hranou s každým modrým uzlem. Postačující podmínkou, aby tento graf byl rovinný, je

a) $m \leq 2$ a zároveň $n \leq 4$
b) $m \leq 4$ a zároveň $n \leq 4$
c) $m \leq 3$ a zároveň $n \leq 3$
d) $m \leq 4$ nebo $n \leq 4$
e) vždy je rovinný , tj. $m \geq 1$, $n \geq 1$

3. (1b.)

Graf G s n ($n \geq 3$) uzly obsahuje jako svůj podgraf úplný graf K_{n-1} s n−1 uzly. Z toho plyne, že

a) G je souvislý
b) G má alespoň n−2 hran
c) G má alespoň n+2 hran
d) G má nejvýše $\lfloor n \cdot \log(n) \rfloor$ hran
e) G může obsahovat vrchol stupně 1

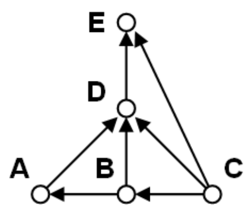
4. (2b.)

Matice sousednosti A neorientovaného grafu G s více než čtyřmi uzly obsahuje v každém řádku právě jedinou jedničku. Lze tvrdit

a) A obsahuje v každém soupci právě jednu jedničku
b) G je souvislý
c) G je nesouvislý
d) G má lichý počet uzlů
e) G má sudý počet uzlů

5. (2b.)

V topologickém uspořádání grafu na obrázku platí pro jednotlivé vrcholy (tranzitivní) relace



a) $E \leq D \leq A \leq B \leq C$
b) $A \leq B \leq C \leq D \leq E$
c) $C \leq B \leq A \leq D \leq E$
d) $C \leq B \leq D \leq E \leq A$
e) $A \leq C \leq B \leq D \leq E$

6. (1b.)

Jazyk L nad abecedou $\{0,1\}$ je generován gramatikou G. G má pět pravidel:
$S \rightarrow SAS \mid SS \mid 1$;
$A \rightarrow A0 \mid 0$.
S je počáteční symbol. Platí tvrzení:

a) L je regulární jazyk,
b) všechna slova L mají lichou délku,
c) v L existuje slovo $w = w_1 w_2 \ldots w_n$ ($w_i \in \{0,1\}$,$n > 1$), takové, že $w_1 \neq w_n$.
d) L lze rozpoznat deterministickým konečným automatem,
e) L obsahuje slovo 1001101,

7. (1b.)

a) $R_1 \cap R_2$ je prázdný jazyk.
b) Doplněk R_2 není regulární jazyk.
c) $R_1 \subseteq R_2$.
d) R_1 je regulární jazyk.
e) R_2 je konečný jazyk.

Jsou dány dva jazyky R_1 a R_2 nad abecedou $A = \{0, 1\}$. R_1 obsahuje právě všechna slova z A^+, ve kterých se symbol 0 vyskytuje právě jednou. R_2 obsahuje právě všechna slova z A^+, která začínají i končí symbolem 1. Určete, která z uvedených tvrzení platí (tečka mezi identifikátory jazyků představuje operátor zřetězení jazyků).

8. (1b.)

Gramatika G_1 má neterminální symboly A, B, C, S, terminální symboly a, b, c, d, e, startovní symbol S a uvedená pravidla. Množina FOLLOW(B) obsahuje

a) řetězec 'Ab',
b) terminální symbol b,
c) terminální symbol d,
d) neterminální symbol B,
e) neterminální symbol D.

$S \rightarrow AbB$ $\qquad B \rightarrow cSd$
$S \rightarrow d$ $\qquad B \rightarrow \varepsilon$
$A \rightarrow CAb$ $\qquad C \rightarrow a$
$A \rightarrow B$ $\qquad C \rightarrow ed$

9. (1b.)

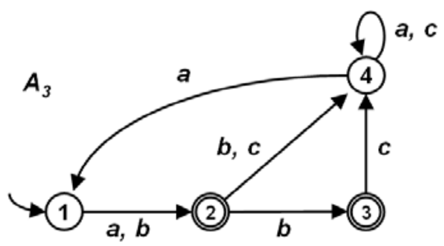
a) $B_1.B_2$ je bezkontextový jazyk.
b) $R_1 \cap B_2 = \emptyset$.
c) $R_1.R_2$ je regulární jazyk.
d) $B_1 \cup B_2 \neq B_2$.
e) Doplněk R_1 je regulární jazyk.

Jsou dány dva regulární jazyky R_1 a R_2 a dva bezkontextové jazyky B_1, B_2, které nejsou regulární. Všechny dané jazyky sdílejí stejnou neprázdnou abecedu. Zaškrtněte ta z uvedených tvrzení, která pro tyto jazyky jistě platí (tečka představuje operátor zřetězení jazyků).

10. (1b.)

a)	14	124	2	4	F
b)	14	124	2	4	
c)	2		34	4	F
d)	24	1	2	4	
e)	234	14	34	4	

K danému automatu A_3 je sestrojen s použitím standardního algoritmu převodu NKA na DKA odpovídající deterministický automat B_3. Přechodová tabulka B_3 obsahuje řádek



11. (2b.)

a) 0
b) 01
c) 11
d) 011
e) 001111

$\delta(q, 0, S) = (q, AS)$
$\delta(q, 0, A) = (q, AA)$
$\delta(q, 1, A) = (r, \varepsilon)$
$\delta(r, 1, A) = (r, \varepsilon)$
$\delta(r, 1, S) = (t, S)$
$\delta(t, 1, S) = (t, \varepsilon)$
$\delta(t, 1, \varepsilon) = (t, \varepsilon)$

Je dán zásobníkový automat P se stavy q, r, t, který přijímá slova prázdným zásobníkem. Vnější abeceda P je $\{0, 1\}$, zásobníková abeceda P je $\{S, A\}$. Na začátku práce je v zásobníku symbol S. Přechody P jsou dány uvedenými vztahy (vrchol zásobníku je vlevo). P přijme slovo

12. (1b.)

a) $f(n) \in \Omega(n \cdot \log_2(n))$
b) $f(n) \in O(n^2)$
c) $f(n) \in \Theta(n)$
d) $f(n) \in \Theta(\log_2(n))$
e) $f(n) \in O(4)$

Pomocí Boyer-Mooreova algoritmu hledáme výskyt vzorku v textu, který se skládá z kombinace znaků *ab* opakované *n* krát (text: *ababab...ab*). Hledaný vzorek je *aaac*. Označme $f(n)$ počet porovnání dvojic znaků, které algoritmus provede nad těmito daty. Pak platí

Zkouškový Test PAL A (list 2) Jméno ____________________

13. (2b.)
V jaké třídě složitosti je funkce `f` v následujícím programu vzhledem k velikosti pole `p` (budeme ji značit n), když víme, že v proměnné N je vždy velikost pole `p`?

a) $O(1)$
b) $O(n \cdot \log(n))$
c) $O(n^2)$
d) $\Omega(1)$
e) $\Omega(\log(n))$
f) $\Omega(n^2)$
g) $\Theta(n^2)$
h) $\Theta(1)$

```
int f (int p[], int N, int e) {
      int i,s,o;
      for( i=N>>1, s=i, o=N<<1;
           (o!=0) && (i<=N);
           (p[i]>e)?(i-=s):(i+=s), o>>=1 ) {
             s = (s==1)?1:(s>>1);
             if (p[i] == e) return i;
      }
      return -1;
}
```

14. (2b.)
Mějme libovolnou čtvercovou matici A racionálních čísel s rozměry n×n. Rozhodněte, zda platí některá z následujících tvrzení:

a) Pokud má matice A hodnost n, lze k ní najít inverzní matici v čase $O(n^3)$.
b) Pokud je matice A s hodností n, je po provedení *LUP dekompozice* na A matice P jednotková.
c) Pro matici A takovou, že k ní existuje inverzní matice, lze *LUP dekompozici* provést v čase $O(n^2)$.
d) Předpokládejme, že bychom reprezentovali matici A jako pole čísel s pohyblivou řádovou čárkou dle IEEE 754. Přesnost nalezení inverzní matice k A pomocí *LUP dekompozice* nelze zvýšit permutací některých řádků v A před provedením *LUP dekompozice*.
e) Pokud k matici A existuje inverzní matice, potom lze matici A rozložit pomocí LUP *dekompozice* na matice L, U a P, kde platí, že PA=LU.