Jasové a geometrické transformace

Václav Hlaváč

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická, katedra kybernetiky
Centrum strojového vnímání
http://cmp.felk.cvut.cz/~hlavac, hlavac@fel.cvut.cz

Osnova přednášky:

- Změna jasové stupnice, vyrovnání histogramu.
- Jasové korekce.
- Geometrické transformace.

Předzpracování obrazu, úvod

Vstupem je obraz, výstupem je obraz.

Obraz se neinterpretuje.

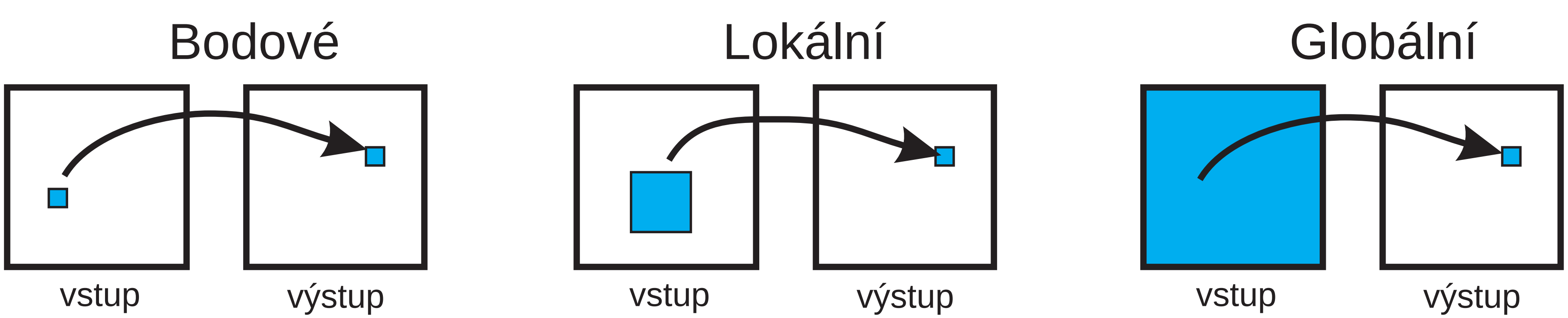
Cíl

- Potlačit zkreslení (např. korekce geometrického zkreslení díky zakřivenosti Země u družicového snímku).
- Zvýšení kontrastu (jen pro prohlížení obrazu člověkem).
- Odstranění **šumu**.
- **Zdůraznění charakteristik** obrazu pro další zpracování, např. nalézání hran.

Třídění metod předzpracování obrazu

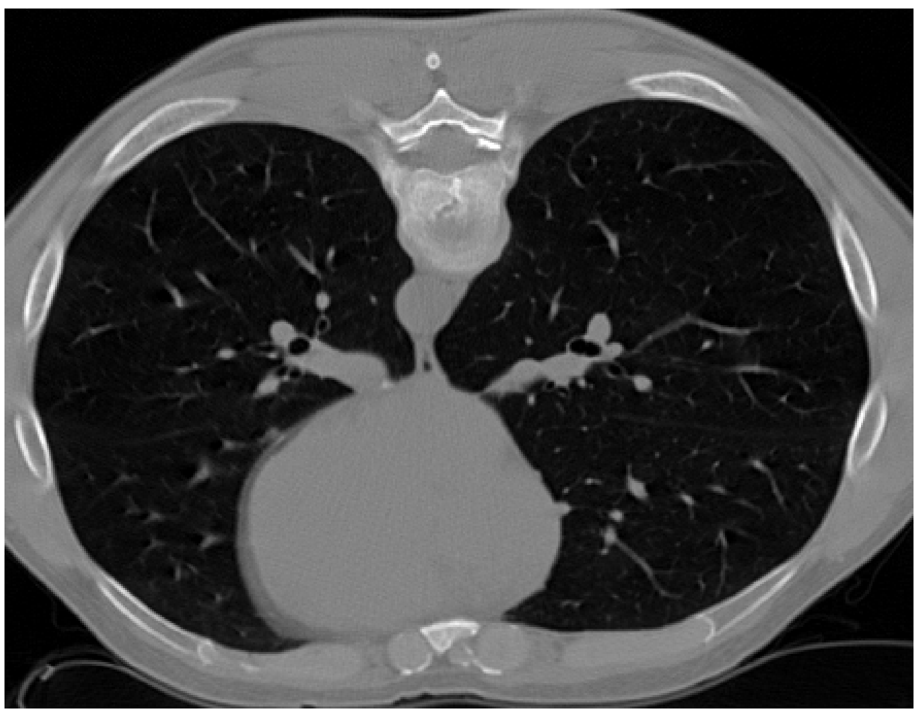
Třídění podle velikosti okolí právě zpracovávaného pixelu (okamžitý pixel).

Okolí	*Příklad operace*	*Skutečně zpracovávané okolí*
Bodové	Transformace jasové stupnice	Stejná pro všechny pixely
	Jasové korekce	Jen okamžitý pixel
	Geometrické transformace	Teoreticky okamžitý pixel, prakticky malé okolí
Lokální	Lokální filtrace	Malé okolí
Globální	Fourierova transformace obrazu	Celý obraz
	Obnovení (restaurace) obrazu	

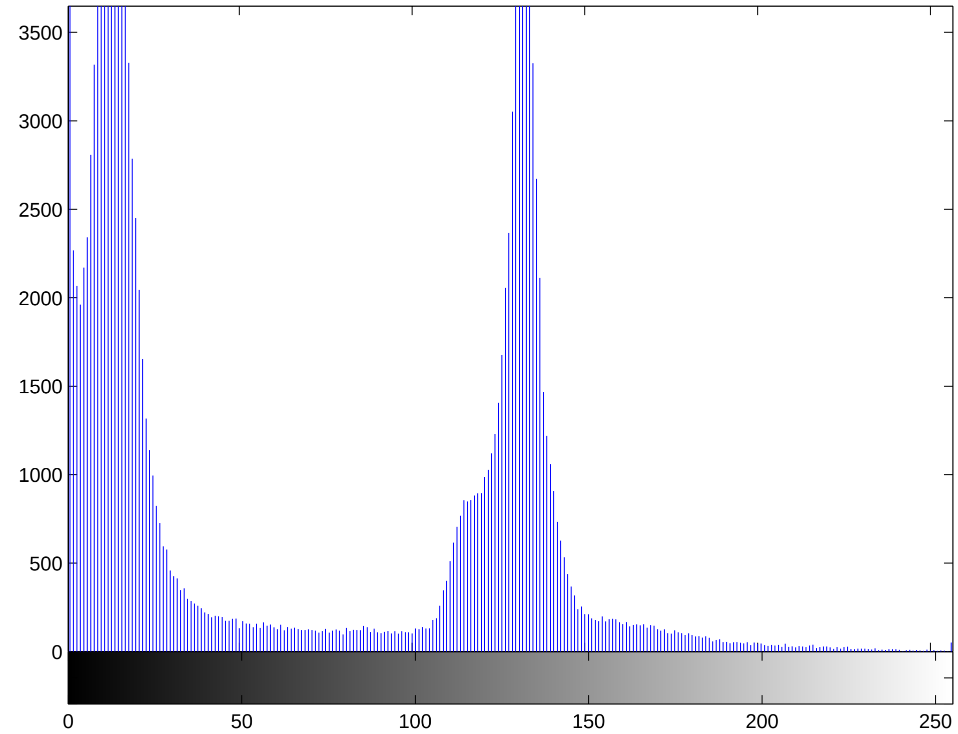


Histogram hodnot jasu

Histogram hodnot jasu je odhadem hustoty pravděpodobnosti jevu, že pixel bude mít určitou jasovou hodnotu.



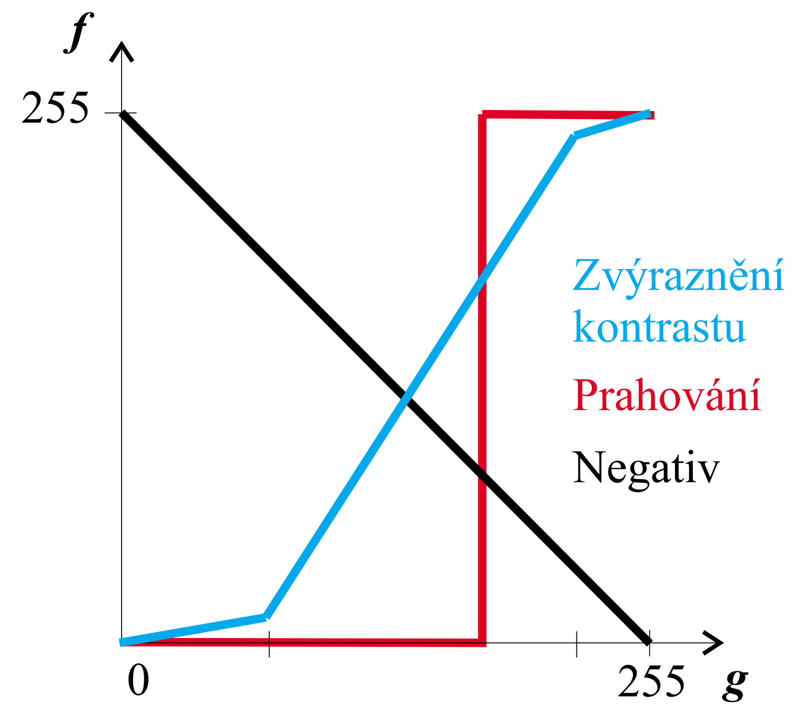
výchozí obraz



histogram hodnot jasu

Transformace jasové stupnice

- $g(i)$ – vstupní jasová stupnice,
- $f(i)$ – výstupní jasová stupnice,
- $i = 0, \ldots, i_{\max}$ (maximální jas).

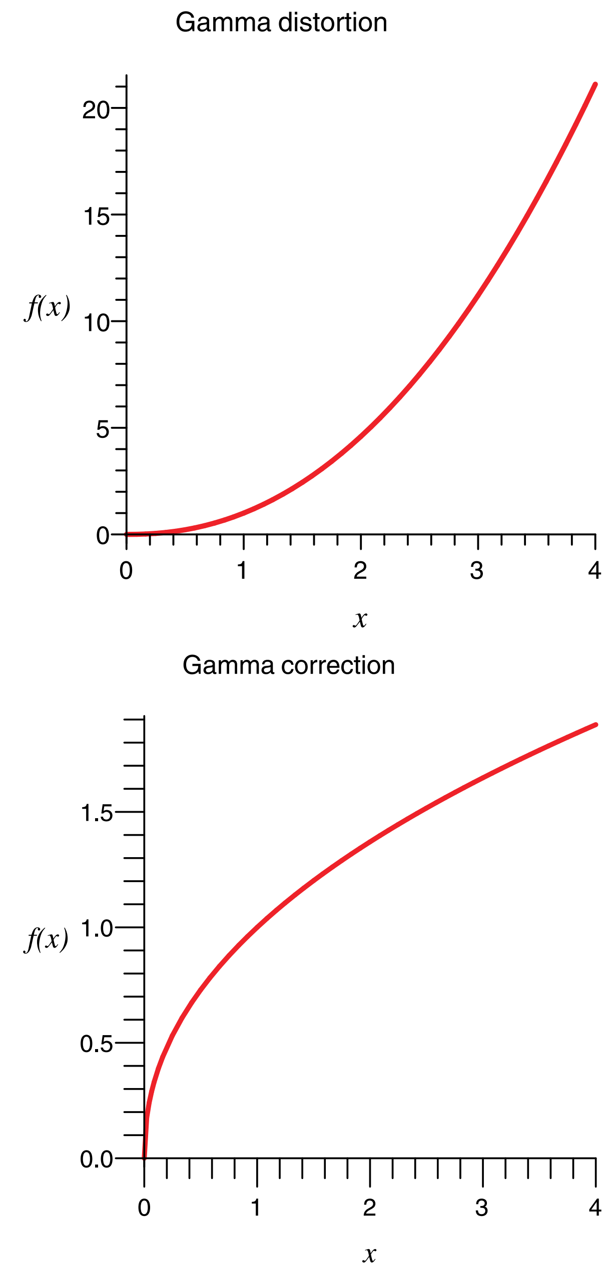


Poznámky:

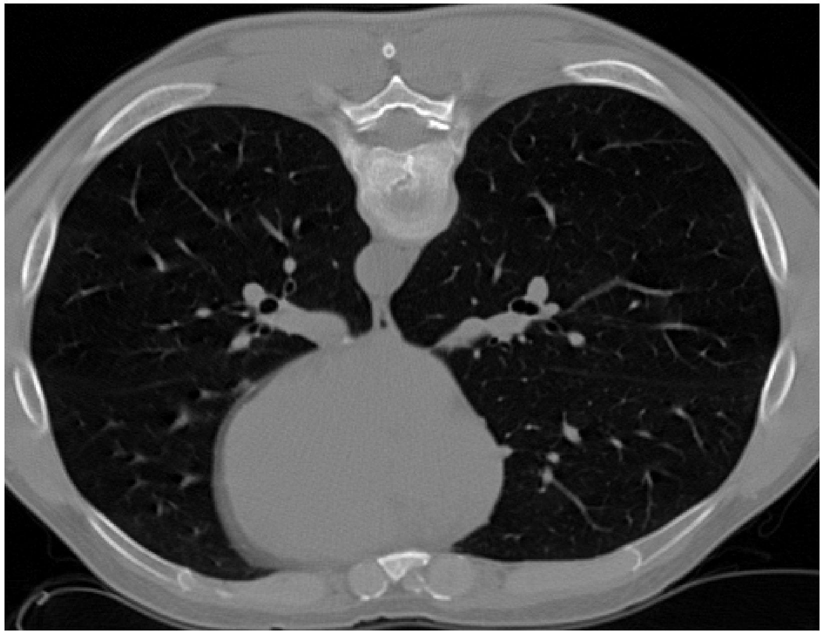
- Mnoho kamer a displejů transformuje jas g na hodnoty odpovídající g^{γ}. Oprava se realizuje pomocí $g_{\max}\left(\frac{g}{g_{\max}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$.
- HW realizace v zobrazovací kartě (např. ve VGA módu).
- Prahování převede šedotónový obraz na binární s černými a bílými oblastmi. Jak volit práh?

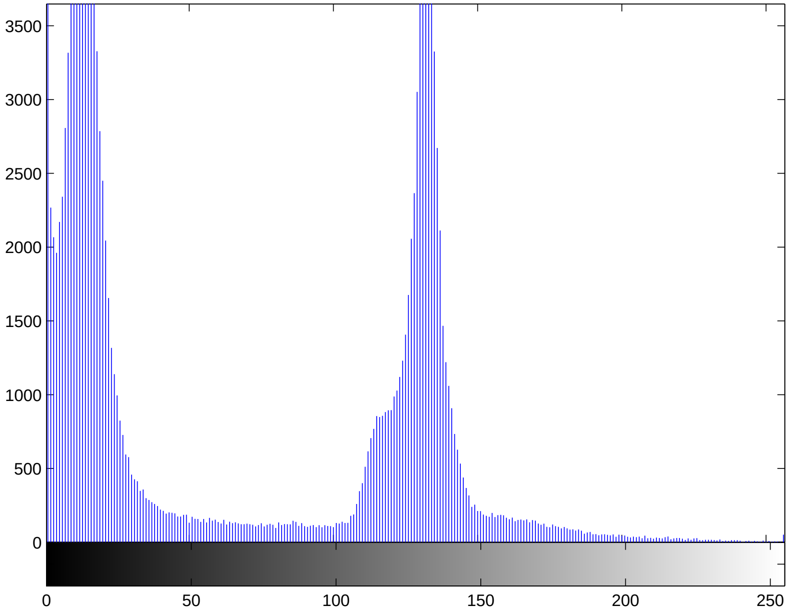
Nelinearita v jasu, γ-korekce

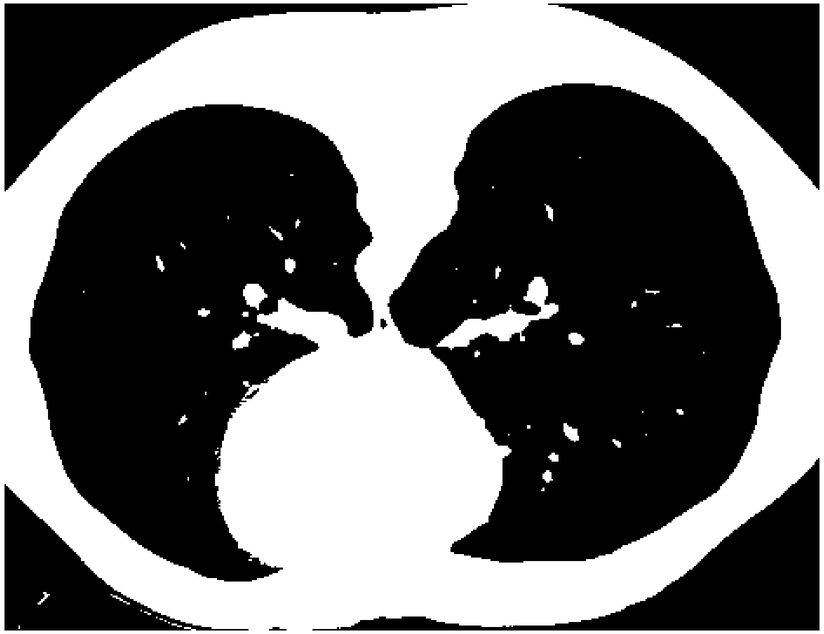
- Kamery obsahují modul realizující nelineární transformaci jasu, γ-korekci.
- Ve vakuových obrazovkách televizí závisí jas na mřížkovém napětí U exponenciálně, tj. jas $= U^\gamma$, kde obvyklé $\gamma = 2,2$.
- Aby se zachovala lineární přenosová funkce v celém řetězci, musí se tento efekt v kamerách kompenzovat inverzní funkcí. Při vstupním ozáření E a výstupním napětí kamery U to odpovídá $U = E^{(1/\gamma)}$, obvykle $U = E^{0,45}$.
- I když u LCD monitorů jas závisí na vstupním napětí lineárně, používá se γ-korekce nadále kvůli zpětné kompatibilitě.

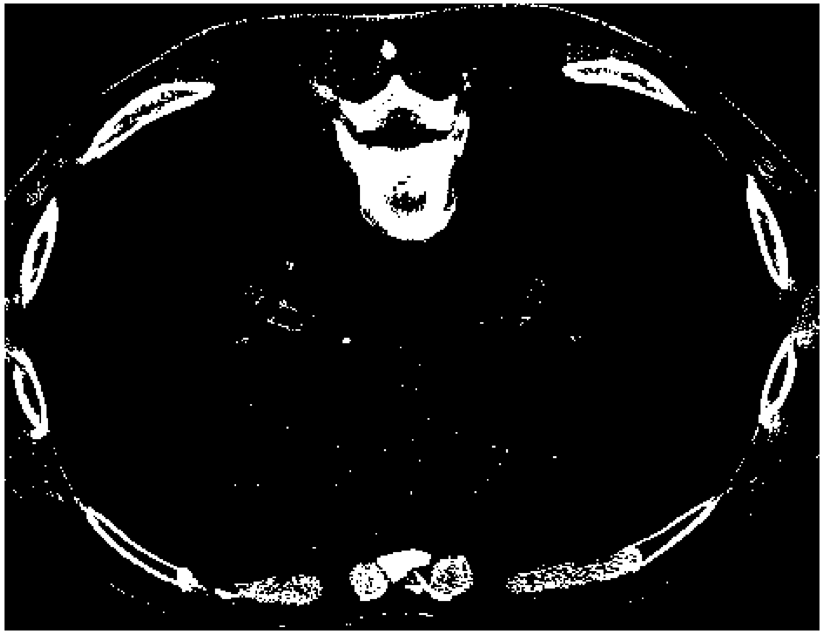


Příklad dvou prahů





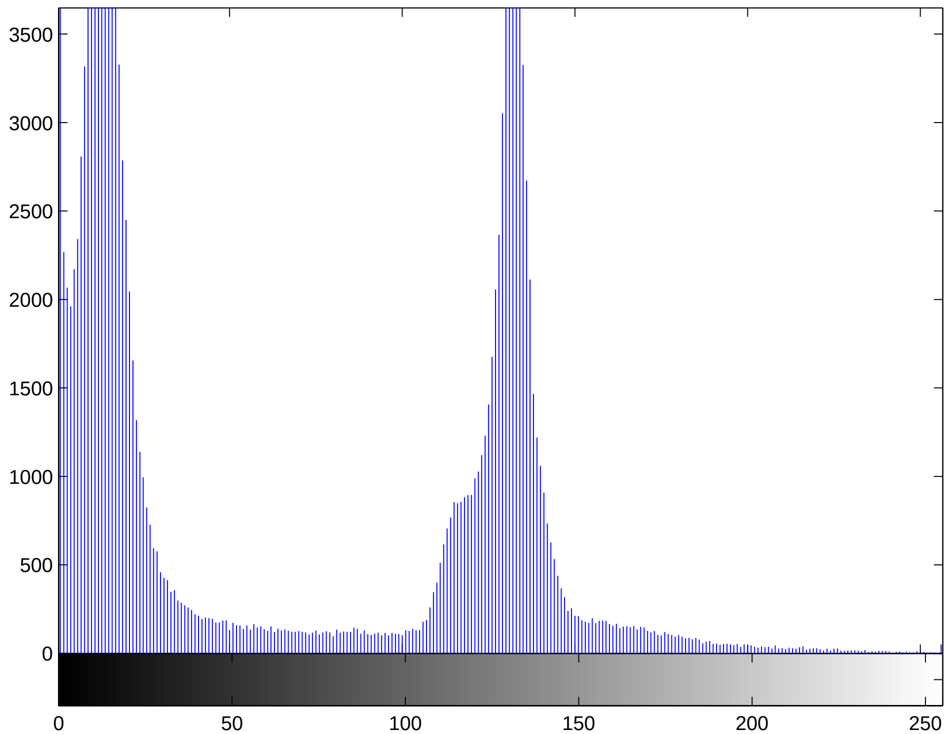




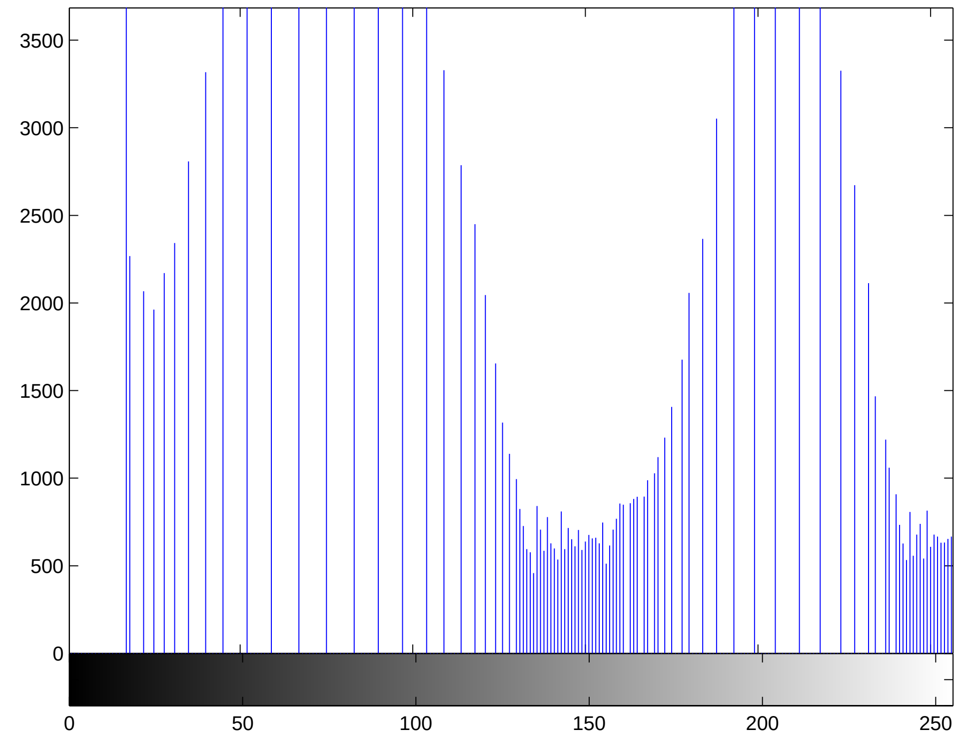
Ekvalizace histogramu

Cílem je:

- zvýšit kontrast úplným využitím jasové stupnice (pro pozorovatele – člověka),
- jasově obraz normalizovat (např. pro automatické srovnávání).

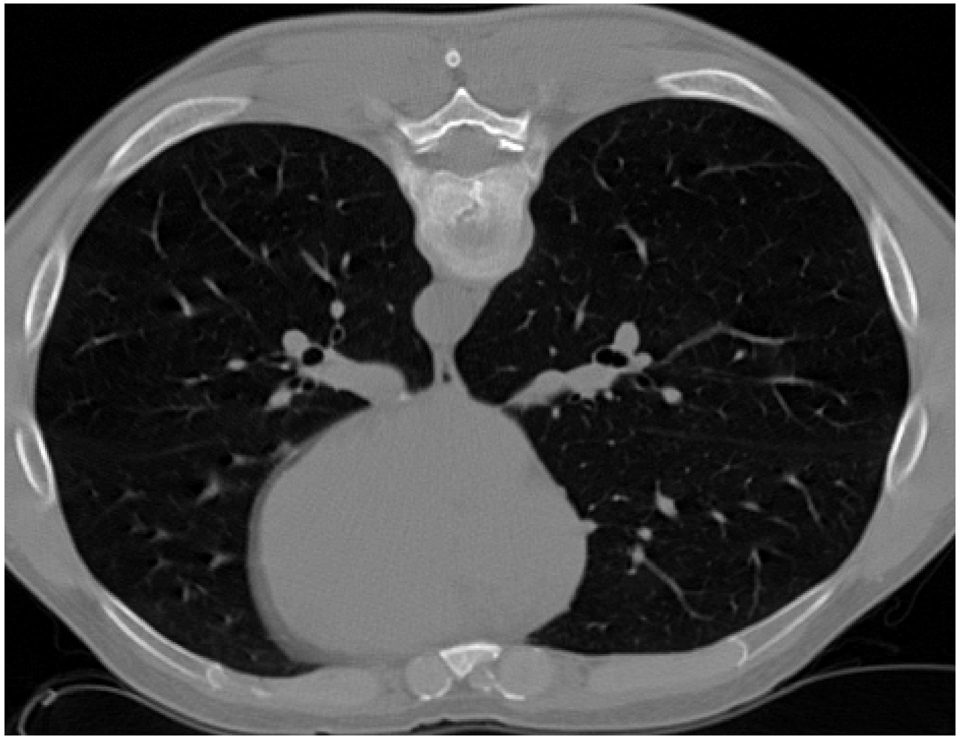


histogram původního obrazu

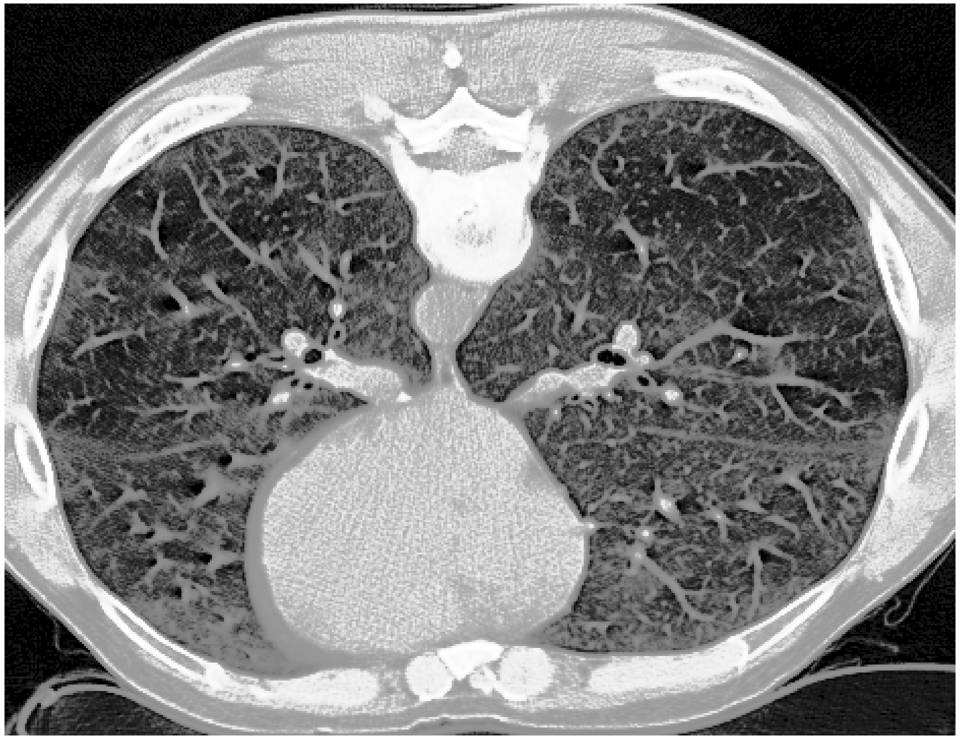


histogram po ekvalizaci

Zvýšení kontrastu po ekvalizaci histogramu



původní obraz



zvýšení kontrastu

Odvození ekvalizace histogramu

Vstup: histogram $H(p)$ vstupního obrazu s jasovou stupnicí $p = \langle p_0, p_k \rangle$.

Cíl: najít monotónní transformaci jasové stupnice $q = \mathcal{T}(p)$, aby výsledný histogram $G(q)$ byl rovnoměrný pro celý výstupní interval jasů $q = \langle q_0, q_k \rangle$.

$$\sum_{i=0}^{k} G(q_i) = \sum_{i=0}^{k} H(p_i) \, .$$

Ekvalizovaný histogram $\approx$ rovnoměrnému rozdělení

$$f = \frac{N^2}{q_k - q_0} \, .$$

Odvození ekvalizace histogramu (2)

Ideálně rovnoměrný histogram získáme pouze pro spojitý případ.

$$\int_{q_0}^{q} G(s)\,\mathrm{d}s = \int_{p_0}^{p} H(s)\,\mathrm{d}s\,.$$

$$N^2 \int_{q_0}^{q} \frac{1}{q_k - q_0}\,\mathrm{d}s = \int_{p_0}^{p} H(s)\,\mathrm{d}s\,.$$

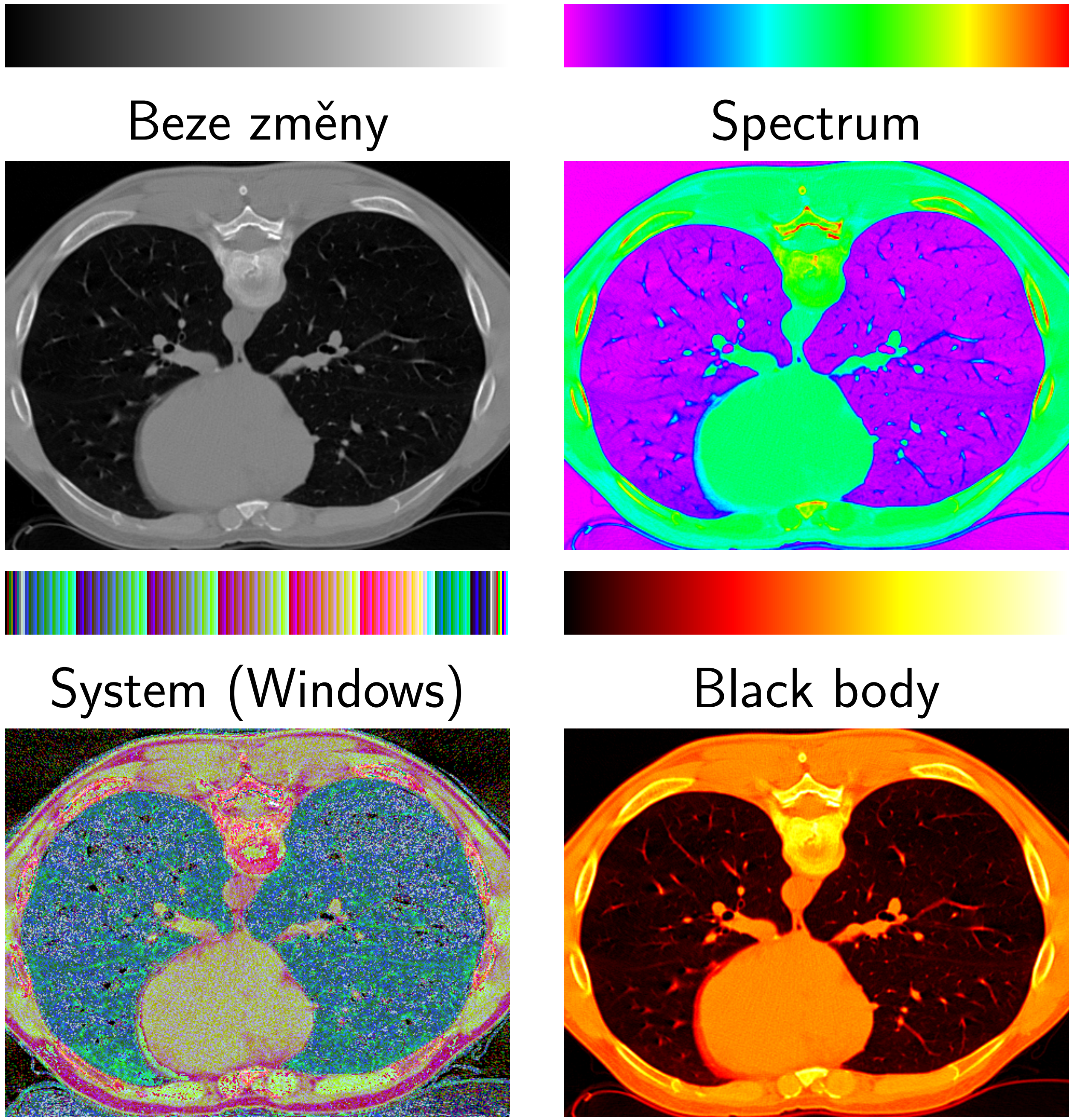
$$\frac{N^2(q - q_0)}{q_k - q_0} = \int_{p_0}^{p} H(s)\,\mathrm{d}s\,.$$

$$q = \mathcal{T}(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \int_{p_0}^{p} H(s)\,\mathrm{d}s + q_0\,.$$

Diskrétní případ, kumulativní histogram

$$q = \mathcal{T}(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \sum_{i=p_0}^{p} H(i) + q_0\,.$$

Pseudobarva



Jasové korekce

Nový jas $f(i,j)$ závisí na poloze i,j vstupního obrazu $g(i,j)$.

Často multiplikativní model poruchy: $f(i,j) = e(i,j)\, g(i,j)$.

---

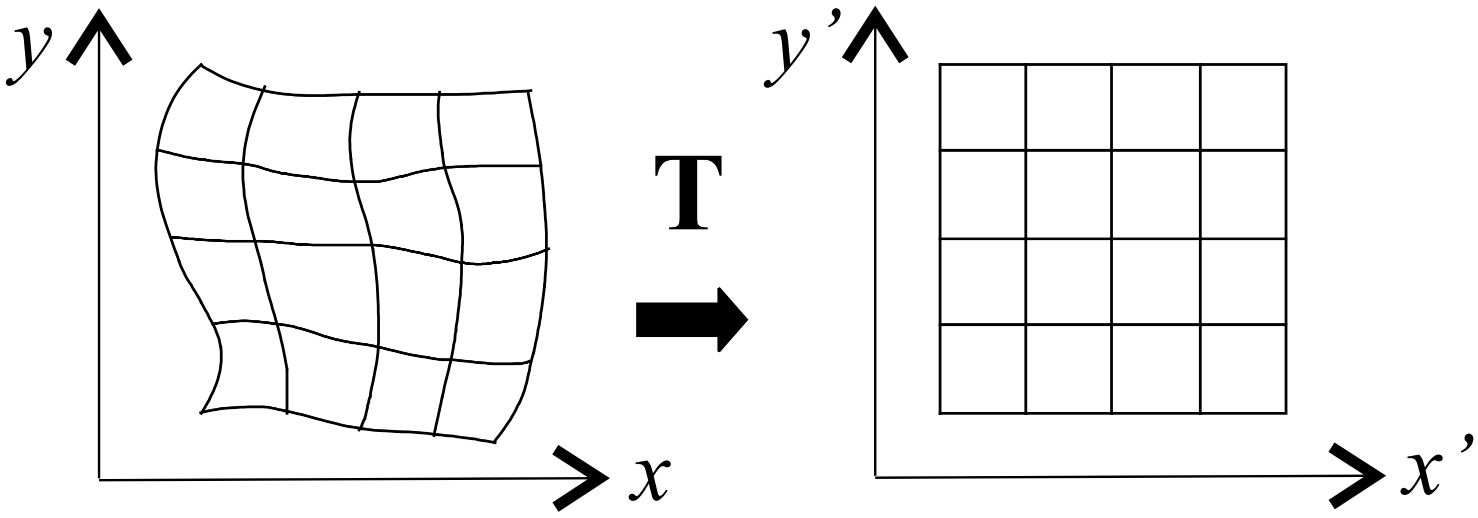
2 postupy:

1. Opravné koeficienty získány snímáním etalonové plochy známého jasu c, např. při kompenzaci nerovnoměrného osvětlení (vypnout AGC!). Po sejmutí získáme
$$f_c(i,j) = e(i,j)\, c \quad \Rightarrow \quad e(i,j) = \frac{f_c(i,j)}{c}$$
2. Proložení pozadí analytickou plochou a její odečtení od původního obrazu.

Geometrické transformace

- Použití pro
  - zvětšování, posouvání, pootáčení, zkosení 2D obrazů (tj. podle předem známé transformace).
  - odstraňování geometrických zkreslení (geometrická transformace se často hledá z obrazů).
- Stejné techniky se používají v teoretické mechanice, robotice, počítačové grafice.
- Reprezentace pomocí homogenních souřadnic $\Longrightarrow$ lineární transformace vyjádřená maticemi.

Geometrické transformace ve 2D



Rozepíšeme vektorovou transformaci T do dvou složek

$$x' = T_x(x, y) , \qquad y' = T_y(x, y) .$$

Co musí být splněno, aby vzájemný převod byl jednoznačný?

Nutné dva kroky transformace kvůli diskrétnímu rastru

Transformace souřadnic bodů počítá se nová poloha každého bodu ve spojitých souřadnicích (reálná čísla), protože výsledek může být mimo rastr.

Problémy:

- Část obrazu leží mimo obraz.
- Transformace díky nutné aproximaci nejsou invertovatelné.

Aproximace jasové funkce hledá celočíselnou hodnotu jasu v celočíselné pozici, která nejlépe odpovídá nově vypočítané neceločíselné poloze x', y'.

Transformace souřadnic bodů

Obvykle se $x' = T_x(x,y)$, $y' = T_y(x,y)$ aproximuje polynomem m-tého stupně.

$$x' = \sum_{r=0}^{m} \sum_{k=0}^{m-r} a_{rk}\, x^r\, y^k \,, \qquad y' = \sum_{r=0}^{m} \sum_{k=0}^{m-r} b_{rk}\, x^r\, y^k \,.$$

Vztah je lineární vzhledem ke koeficientům a_{rk}, b_{rk} $\Rightarrow$ odhad metodou nejmenších čtverců.

Potřebné dvojice sobě odpovídajících (vlícovacích) bodů (x,y) a (x',y').

Bilineární, afinní transformace souřadnic

Když se geometrická transformace v závislosti na pozici v obraze příliš náhle nemění, postačují aproximační polynomy nízkého stupně $m = 2$ nebo $m = 3$.

Bilineární transformace

$$
\begin{aligned}
x' &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy \,, \\
y' &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy \,.
\end{aligned}
$$

Ještě speciálnější je afinní transformace která zahrnuje v praxi potřebnou rotaci, translaci a zkosení.

$$
\begin{aligned}
x' &= a_0 + a_1 x + a_2 y \,, \\
y' &= b_0 + b_1 x + b_2 y \,.
\end{aligned}
$$

Homogenní souřadnice $\Rightarrow$ zápis maticemi

- Homogenní souřadnice jsou obvyklé v teoretické mechanice, projektivní geometrii, počítačové grafice a robotice.
- Základní myšlenkou je reprezentovat bod ve vektorovém prostoru o jednu dimenzi větším.
- Bod $[x, y]^\top$ se v homogenních souřadnicích vyjádří ve 3D vektorovém prostoru jako $[\lambda x, \lambda y, \lambda]^\top$, kde $\lambda \neq 0$.
- Pro jednoduchost se obvykle používá jedno z nekonečně mnoha vyjádření $[x, y, 1]^\top$.

Afinní transformace maticově

Afinní zobrazení se po zavedení homogenních souřadnic vyjádří

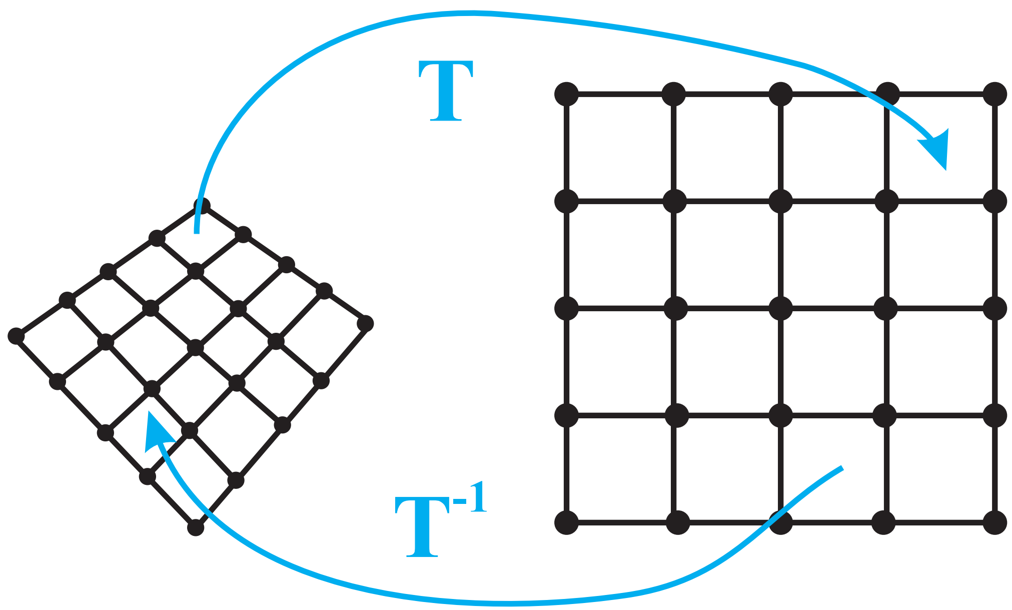
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_0 \\ b_1 & b_2 & b_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} .$$

Poznámky:

- Souvislost s jazykem PostScript.
- Složitější geometrické transformace (zkreslení) se aproximují tak, že se obraz rozdělí na menší obdélníkové podobrazy. Pro každý z podobrazů se použije jednodušší geometrická transformace (např. afinní) odhadnutá z vlícovacích bodů.

Použití geometrické transformace duální vyjádření

- Vstupní obraz se zobrazí pomocí transformace $\mathbf{T}$ do výstupního obrazu.
- Duální vyjádření:
  - Dopředná transformace: $(x', y') = \mathbf{T}\,(x, y)$.
  - Zpětná transformace: $(x, y) = \mathbf{T}^{-1}\,(x', y')$.
- Obě transformace se liší kvůli nezbytnosti jasové aproximace v diskrétní mřížce.



Přímá a zpětná transformace, srovnání

Přímá transformace

- Souřadnice ve výstupním obraze (x', y') mohou ležet mimo rastr.
- Dva a více vstupních pixelů se může zobrazit do stejného výstupního pixelu.
- Některým výstupním pixelům nemusí být přiřazena hodnota. Objeví se díry.

Zpětná transformace

- Pro každou polohu pixelu ve výstupním obraze (x', y') se hledá poloha ve vstupním obraze (x, y) pomocí $\mathbf{T}^{-1}$, v jejímž okolí se bude aproximovat jasová hodnota z dostupných diskrétních vzorků..
- Díry nevznikají.
- Potíž: $\mathbf{T}^{-1}$ vždy nemusí existovat.

Aproximace jasové funkce

- Transformované souřadnice (x', y') leží mimo rastr. Máme jen informaci o vstupním obraze $f(x, y)$ v celočíselných vzorcích.
- Také geometricky transformovaný obraz se má reprezentovat maticí. Proto i zde máme předepsanou pravoúhlou vzorkovací mřížku.
- Příklad: topografická představa. Podívejte se na $f(x, y)$ jako na krajinu.
- Principiálně správnou odpověď poskytuje teorie aproximace. Ze vzorků odhadneme spojitou 2D funkci.
- Odhadovaná 2D funkce se obvykle aproximuje polynomem.

Aproximace jako 2D konvoluce

- Místo původně spojité obrazové funkce $f(x,y)$ známe její vzorkovanou verzi $f_s(l,k)$.
- Výsledkem aproximace (interpolace) je jas $f_n(x,y)$, kde index n rozlišuje jednotlivé interpolační metody. Jas lze vyjádřit jako dvojrozměrnou konvoluci

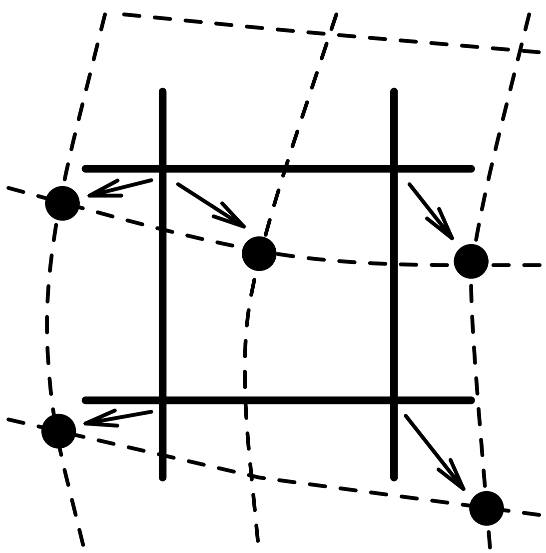
$$f_n(x,y) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_s(l,k)\, h_n(x-l,\ y-k)\ .$$

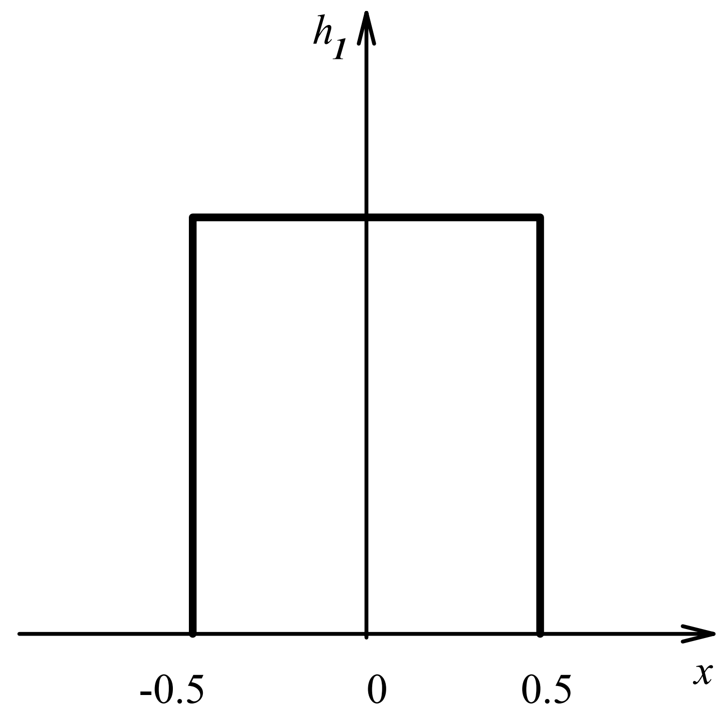
- Funkce h_n je interpolační jádro.
- Obvykle se používá interpolační jádro pokrývající jen malé okolí zpracovávaného bodu, aby se ušetřily výpočty. Vně tohoto okolí je hodnota jádra h_n nulová.

Aproximace – nejbližší soused

Přiřadí bodu (x, y) hodnotu jasu nejbližšího bodu g_s v diskrétní mřížce.

$$h_1(x, y) = g_s(\mathrm{round}\,(x),\ \mathrm{round}\,(y))\ .$$

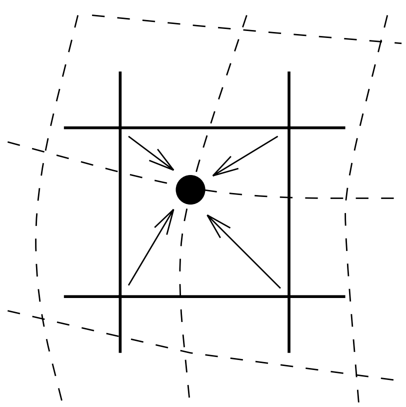


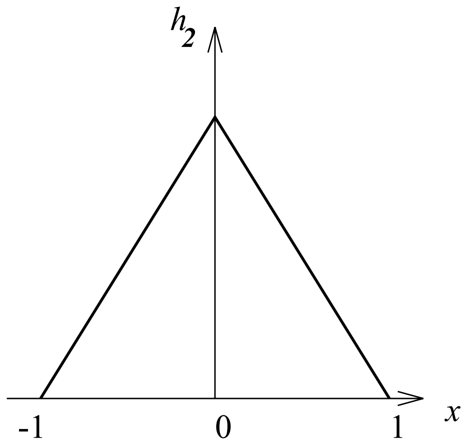


Lineární interpolace

Využije 4 body v okolí (x, y) a lineárně je zkombinuje. Vliv každého ze čtyř bodů v lineární kombinaci je úměrný jeho blízkosti ke zpracovávanému bodu.

$$
\begin{aligned}
f_2(x,y) = \quad & (1-a)(1-b)\, g_s(l,k) + a(1-b)\, g_s(l+1,k) \\
& +b(1-a)\, g_s(l,k+1) + ab\, g_s(l+1,k+1)\ , \\
\text{kde} \quad & l = \text{ceil}\,(x)\ , \quad a = x - l\ , \\
& k = \text{ceil}\,(y)\ , \quad b = y - k\ .
\end{aligned}
$$





Bikubická interpolace

Lokálně interpoluje obrazovou funkci bikubickým polynomem z 16 bodů v okolí.

1D interpolační jádro (pro přehledné zobrazení)

$$h_3 = \begin{cases} 1 - 2|x|^2 + |x|^3 & \text{pro } 0 \le |x| < 1\,, \\ 4 - 8|x| + 5|x|^2 - |x|^3 & \text{pro } 1 \le |x| < 2\,, \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases}$$