# Pořízení obrazu a jeho fyzikální základy

Václav Hlaváč

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická, katedra kybernetiky
Centrum strojového vnímání
http://cmp.felk.cvut.cz/~hlavac, hlavac@fel.cvut.cz

## Osnova přednášky:

- Elektromag. záření, jeho interakce s povrchem objektů.
- Radiometrie, fotometrie, pojmy.
- Rovnice ozáření.
- Odrazivost povrchu, BRDF.
- Matematické modely odrazivosti.
- Lambertovské povrchy.

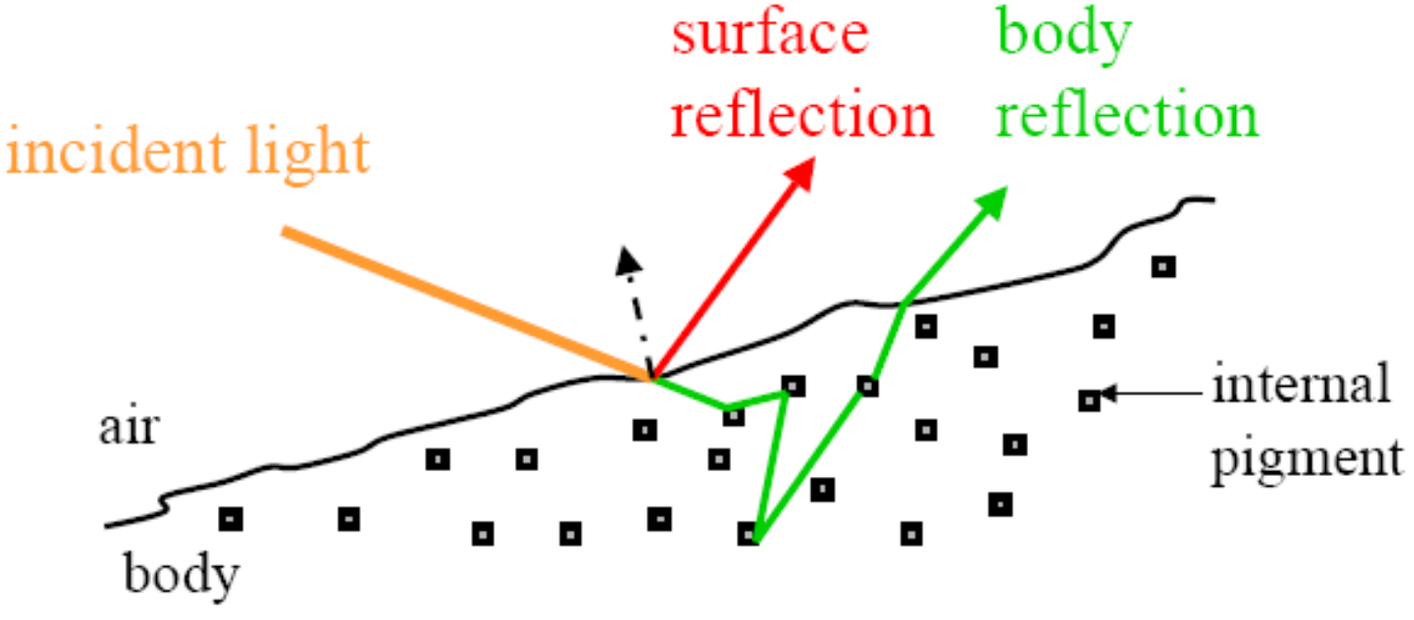
# Tři druhy energie pro zobrazování

1. Elektromagnetické záření (viz dále).
2. Záření částic, např. elektronů a neutronů.
3. Akustické vlny v plynech, kapalinách a tuhých tělesech. V plynech a kapalinách se šíří pouze podélná vlna a v tuhých látkách se přidává i příčná vlna. Rychlost šíření akustických vln je přímo úměrná elastickým vlastnostem média, kterým prostupuje.

---

- Záření interaguje s hmotou, a to buď na povrchu objektů nebo v jejich objemu.
- Záření je z objektů vyzařováno buď díky vlastnímu tepelnému pohybu molekul (horké zářící těleso) nebo díky vnější stimulaci (např. odražené záření, luminiscence, aj.).

# Odraz z povrchu a pod povrchem

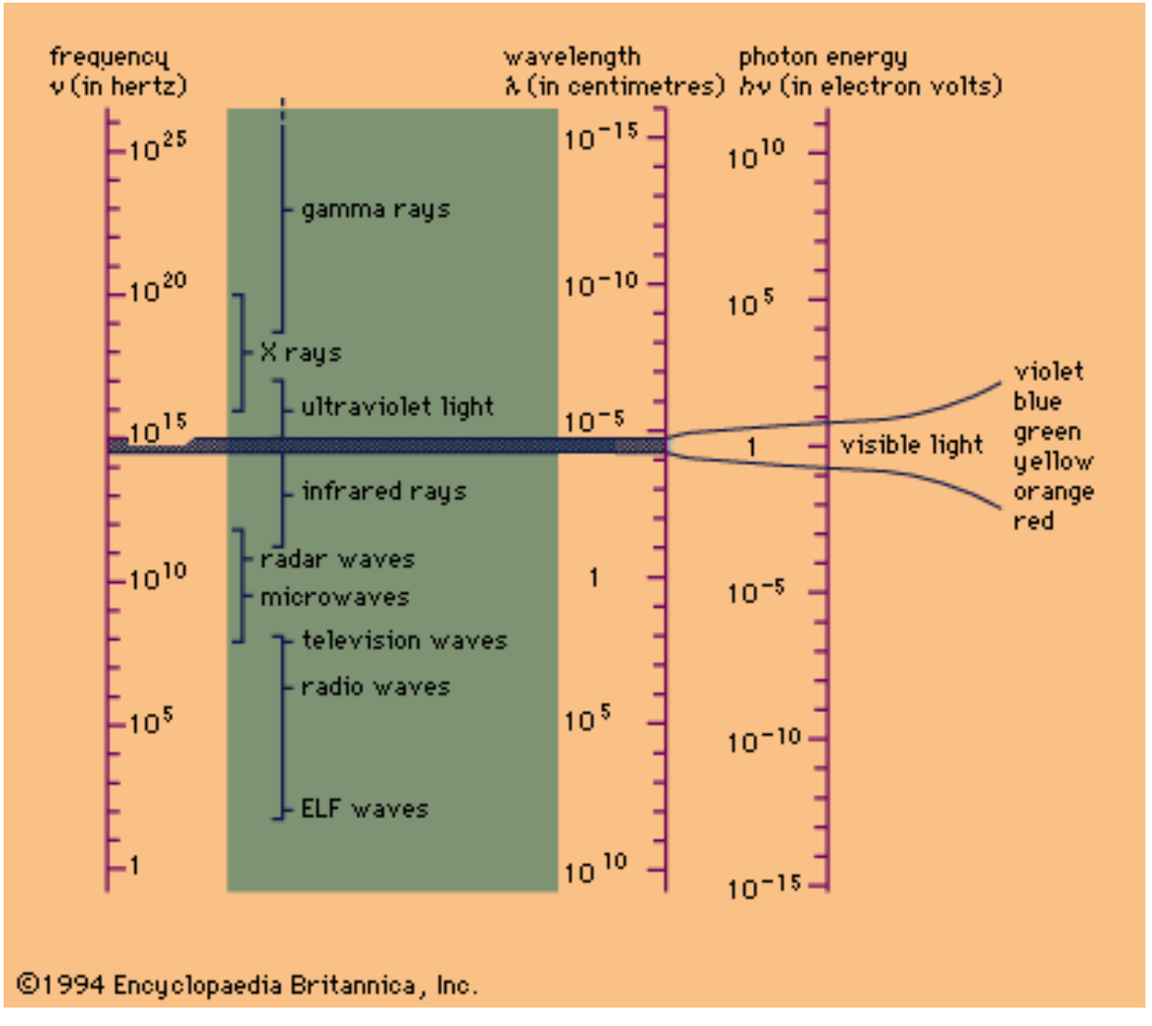



- Odraz z povrchu – odlesky jsou velmi směrové.
- Odraz pod povrchem – difúze, odraz do všech směrů. Barevný pigment uvnitř látek pohlucuje část barevného spektra osvětlovače a dává vzniknout vnímání barev člověkem.
- Kovy odrážejí pouze z povrchu.
- Dielektrika (plastické hmoty, barevné nátěry) mají oba odrazové mechanismy, odraz z povrchu i odraz pod povrchem.

# Elektromagnetické záření (1)

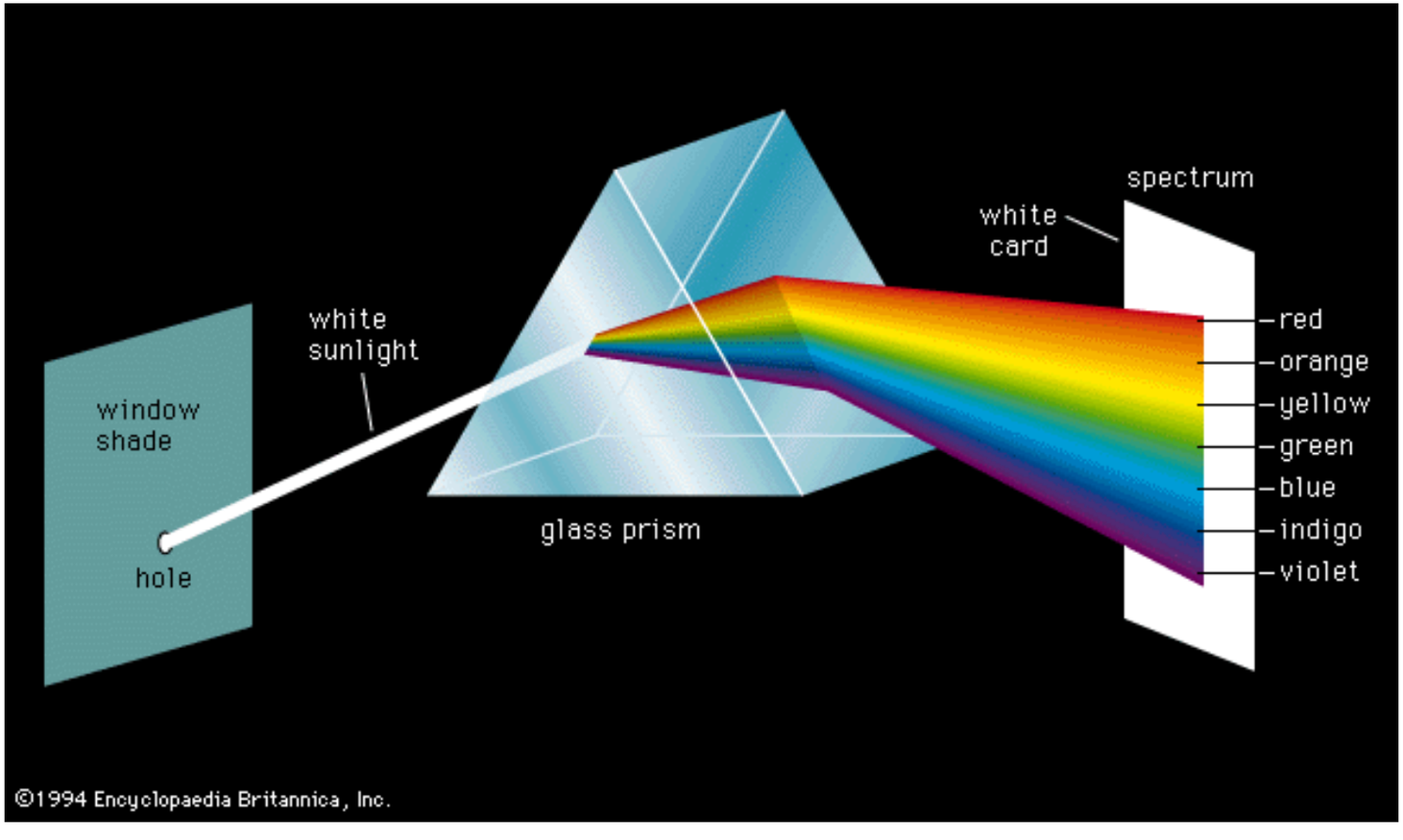


Včetně $\gamma$ záření, rentgenového záření (angl. X rays), ultrafialového záření, viditelného světla, infračerveného záření, mikrovln a radiových vln.



# Elektromagnetické záření (2)

- Záření se šíří ve vakuu rychlostí světla. Látkami se záření šíří pomaleji a navíc v závislosti na vlnové délce.
- Zde se soustředíme pouze na viditelnou část elektromagnetického záření.



# Informace využitelná pro analýzu obrazu



1. Frekvence záření nebo jinak vyjádřeno vlnovou délku.
2. Amplituda, tj. intenzita.
3. Mód polarizace pro příčné vlny.
4. Fáze, která je ale přístupná pouze při použití koherentních zobrazovacích technik, jakými je interferometrie nebo holografie.

---

Dále budeme studovat vznik obrazu díky odrazu záření od povrchů neprůhledných objektů ve spektru viditelného světla (z radiometrického hlediska).

# Radiometrie a fotometrie

Radiometrie je část fyziky, která se zabývá tokem a přenosem vyzářené energie.

- Radiometrie dovoluje vysvětlit mechanismus vzniku obrazu.
- Neformálně řečeno, jas v daném pixelu závisí na tvaru objektu, odrazivých vlastnostech jeho povrchu, poloze pozorovatele a poloze a typu světelných zdrojů.

---

Fotometrie, která využívá veličiny popisující odezvu vjemů zrakového smyslu u člověka.

- Fotometrické veličiny závisí na spektrální charakteristice zdroje záření a citlivosti světločivých buněk na sítnici oka.

# Pojmy a veličiny (1)

- Zářivý tok $\Phi$ [W].
- Světelný tok $\Phi_{ph}$ [lm (=lumen)];

  $1$ [W] $= 680$ [lm] pro vlnovou $\lambda = 555$ [nm] a fotooptické (čípkové) vidění.
- Nechť je $K(\lambda)$ světelná účinnost [$\mathrm{lm\,W^{-1}}$], $S(\lambda)$ [W] je výkon příslušného zdroje záření, $\lambda$ [m] je vlnová délka.

  Potom světelný tok $\Phi_{ph}$ udává celkovou vnímanou odezvu vjemu

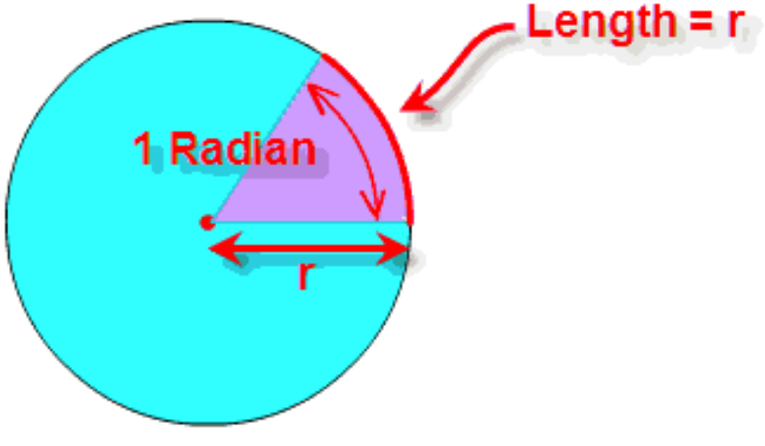
$$\Phi_{ph} = \int_{\lambda} K(\lambda)\, S(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda\,.$$

# Úhel na ploše a v prostoru

## Pomocné SI jednotky [rad], [sr]

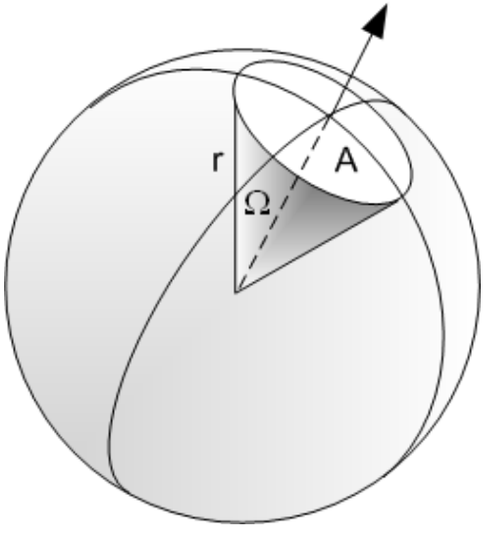
**Úhel na ploše – radián** [rad].

- Radián udává úhel na ploše vymezený dvěma poloměry kruhu, které na obvodu kruhu ohraničují oblouk o délce rovné poloměru.
- Oblouk v délce celého obvodu kruhu má délku $2\pi$ [rad].




**Úhel v prostoru – steradián** [sr].

- Steradián je úhlem v prostoru s vrcholem v středu koule a vymezujícím plochu na povrchu koule, která je rovná ploše čtverce o straně rovné poloměru koule.
- Celému povrchu koule odpovídá prostorový úhel $4\pi$ [sr].



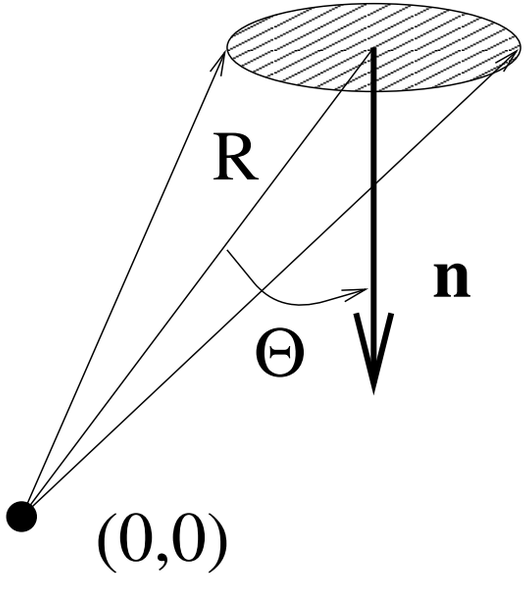
# Vyzařování do prostoru

- Povrch tělesa může energii odrážet do celé polokoule, a to do různých směrů různě.
- Celé polokouli odpovídat prostorový úhel $2\pi$ [sr].

# Efektivní zmenšení plošky jejím natočením

Malá ploška $A$ ve větší vzdálenosti $R$ od počátku souřadného systému, tj. $R^2 \gg A$, s úhlem $\Theta$ mezi normálou k plošce a spojnicí polopřímkou od počátku k plošce odpovídá

$$\Omega = \frac{A \cos\Theta}{R^2} .$$

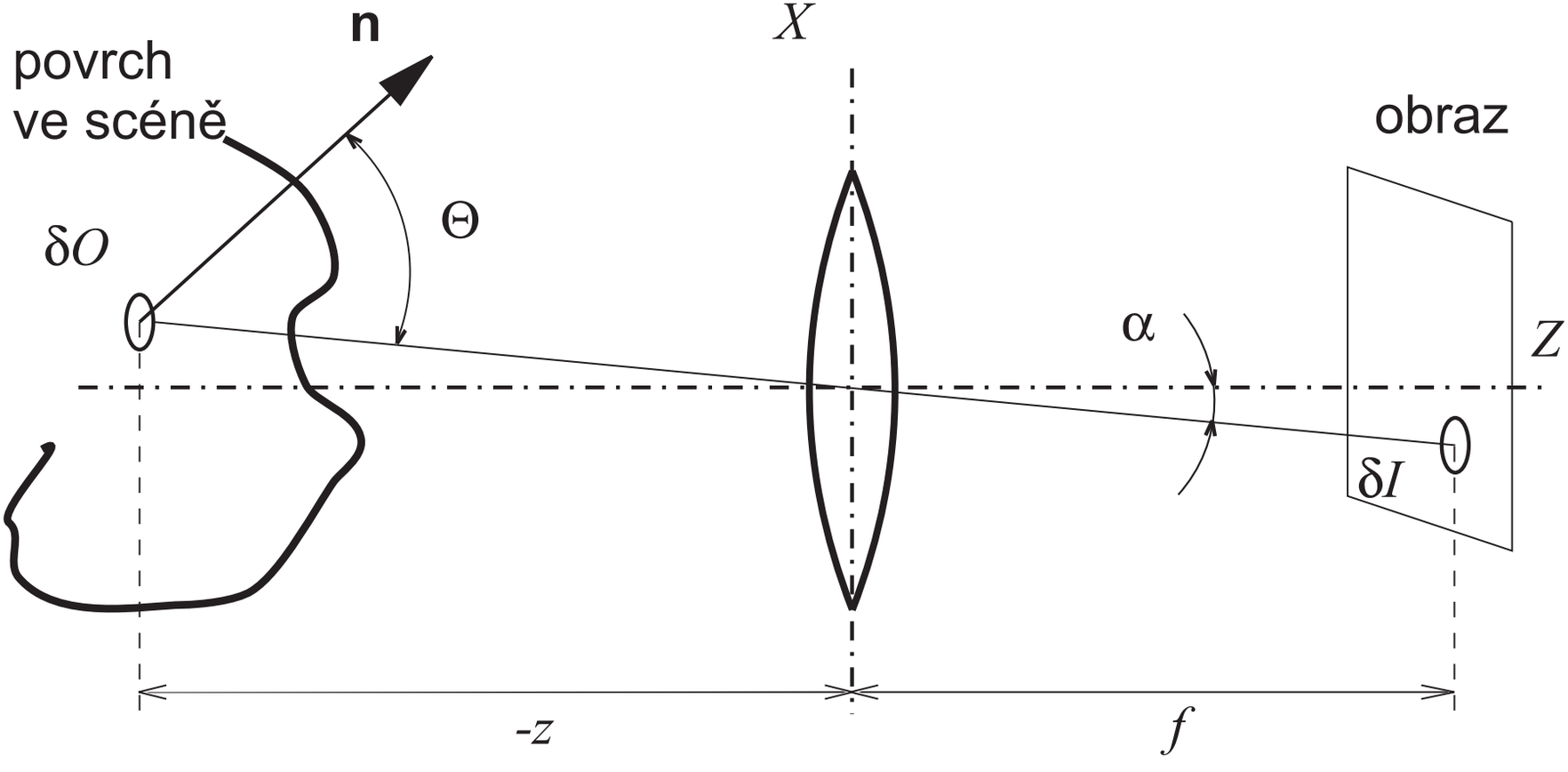


# Pojmy a veličiny (2)

- Ozáření (též intenzita ozáření) $E$ [$\mathrm{W\,m^{-2}}$] udává výkon světelné energie, které dopadá na jednotku plochy povrchu tělesa, $E = \delta\Phi/\delta A$, kde $\delta A$ je nekonečně malá ploška na povrchu.
- Odpovídající fotometrická veličina je osvětlení [$\mathrm{lm\,m^{-2}}$].
- Ve zpracování obrazu se obvykle neformálně používá fotometrická veličina jas $L_{ph}$ [$\mathrm{lm\,m^{-2}\,sr^{-1}}$] (též měrná svítivost, stupeň šedi pro označení veličiny, kterou měří kamera.
- Radiometrický ekvivalent jasu je zář (též měrná zářivost) $L$ [$\mathrm{W\,m^{-2}\,sr^{-1}}$] udává zářivý tok, který se z jednotky plochy kolmé ke směru pozorování vyzáří do jednotkového prostorového úhlu [$\mathrm{sr}$].

# Rovnice ozáření (1)

Hledáme vztah mezi ozářením $E$ dopadajícím na senzor v obrazové rovině v závislosti na záři $L$ v pozorované scéně



# Rovnice ozáření (2)

- Uvažujeme model dírkové komory.
- Paprsek procházející středem čočky se neláme, a proto se prostorový úhel odpovídající elementární plošce ve scéně rovná prostorovému úhlu příslušejícímu elementární plošce v obraze.
- Nakloněná ploška, jak je viděna ze středu soustavy, je $\delta I \cos\alpha$ a její vzdálenost od středu optické soustavy je $f / \cos\alpha$.
- Odpovídající prostorový úhel je

$$\frac{\delta I \cos\alpha}{\left(\frac{f}{\cos\alpha}\right)^2}.$$

# Rovnice ozáření (3)

Analogicky pro prostorový úhel pro nakloněnou plošku $\delta O$ na povrchu scény platí

$$\frac{\delta O \cos \Theta}{\left(\frac{z}{\cos \alpha}\right)^2} .$$

Z rovnosti prostorových úhlů plyne

$$\frac{\delta O}{\delta I} = \frac{\cos \alpha}{\cos \Theta} \frac{z^2}{f^2} .$$

# Rovnice ozáření (4)

Nyní stanovme, jaké množství světla projde přes čočku, je-li její průměr $d$. Prostorový úhel $\Omega_L$, kterým je čočka viděna z elementární plošky na objektu, je dán vztahem

$$\Omega_L = \frac{\pi}{4} \frac{d^2 \cos\alpha}{\left(\frac{z}{\cos\alpha}\right)^2} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{z}\right)^2 \cos^3\alpha \,.$$

Nechť $L$ je zář povrchu objektu otočeného směrem k čočce. Potom elementární příspěvek zářivého toku $\Phi$ [$W$] dopadajícího na čočku je

$$\delta\Phi = L\,\delta O\;\; \Omega_L \,\cos\Theta = \pi\, L\,\delta O \,\left(\frac{d}{z}\right)^2 \frac{\cos^3\alpha\cos\Theta}{4} \,.$$

# Rovnice ozáření (5)

Světelná energie je čočkou soustředěna do obrazu. Zanedbáme ztráty v čočce a uvažujeme, že žádné další světlo na element obrazu nedopadá. Potom pro ozáření $E$ elementární plošky platí

$$E = \frac{\delta\Phi}{\delta I} = L\,\frac{\delta O}{\delta I}\,\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{z}\right)^2 \cos^3\alpha\cos\Theta\,.$$

Po substituci za $\frac{\delta O}{\delta I}$ dostaneme rovnici ozáření udávající, jaká je ozáření $E$ obrazového senzoru vyvolané září $L$ na povrchu pozorované scény

$$E = L\,\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{f}\right)^2 \cos^4\alpha\,.$$

# $f$-číslo objektivu

- V rovnici ozáření

$$E = L\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{f}\right)^2 \cos^4\alpha\,.$$

  se objevil činitel $\frac{d}{f}$.

- Jeho obrácená hodnota $n_f = \frac{f}{d}$ se nazývá $f$-číslo objektivu a je důležitým parametrem objektivu udávající nakolik se objektiv liší od dírkové komory.

# Přirozená vinětace

- Činitel $\cos^4 \alpha$ popisuje systematickou optickou vadu zvanou přirozená vinětace (existuje i optická a mechanická vinětace).
- Popisuje jev, kdy jsou více zeslabovány paprsky s větším úhlem $\alpha$ (dále od optické osy).
- Tato chyba je více patrná u širokoúhlých objektivů než u teleobjektivů.
- Jelikož je přirozená vinětace systematickou chybou, lze ji pro radiometricky kalibrovanou kameru a pevnou ohniskovou vzdálenost kompenzovat.

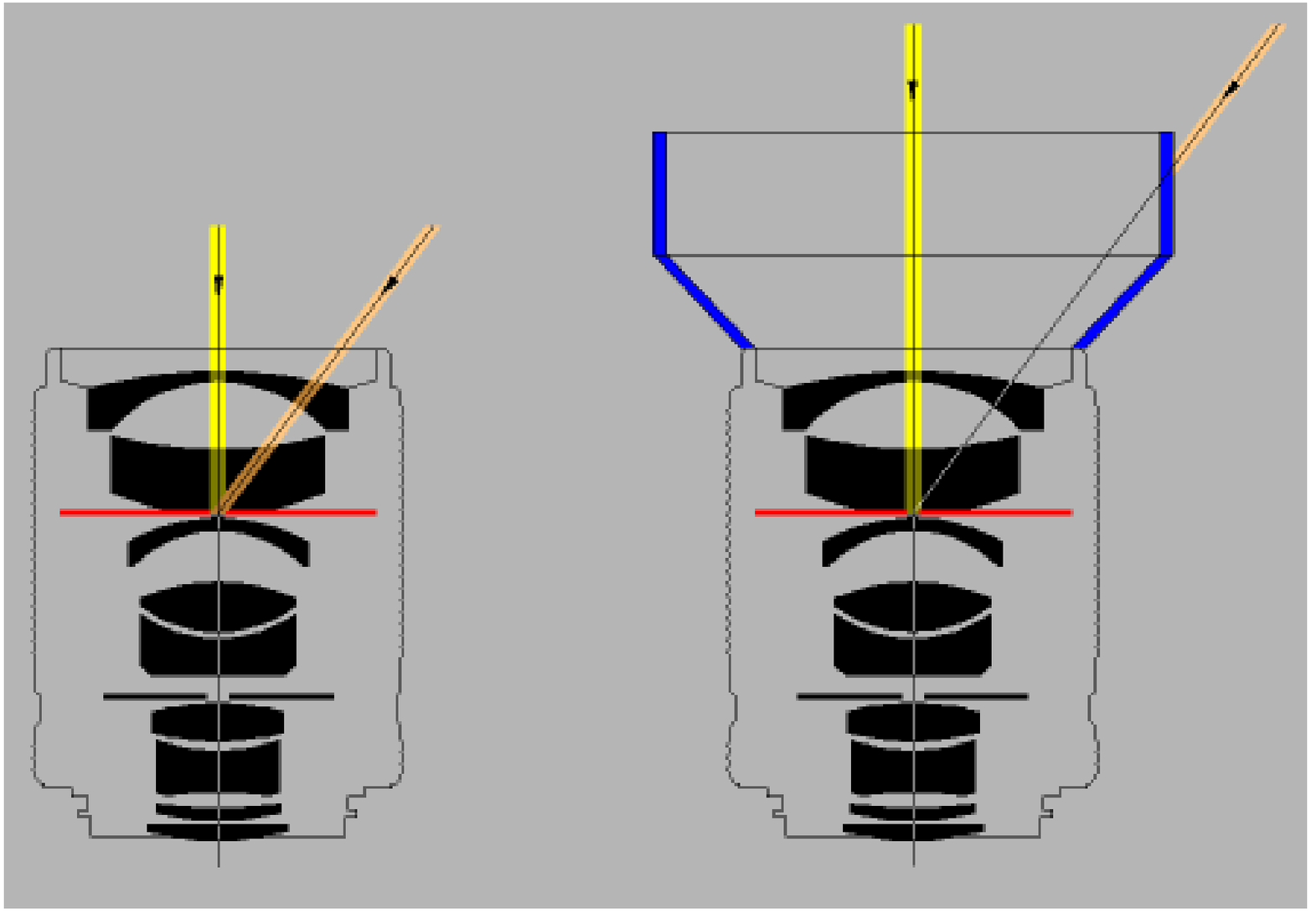
# Optická vinětace



- Jelikož optické soustavy mají tloušťku několika milimetrů až centimetrů, nemusí být pro paprsky vstupující do objektivu dostupný celý clonový otvor.
- Jev se uplatňuje při více otevřených clonových otvorech.

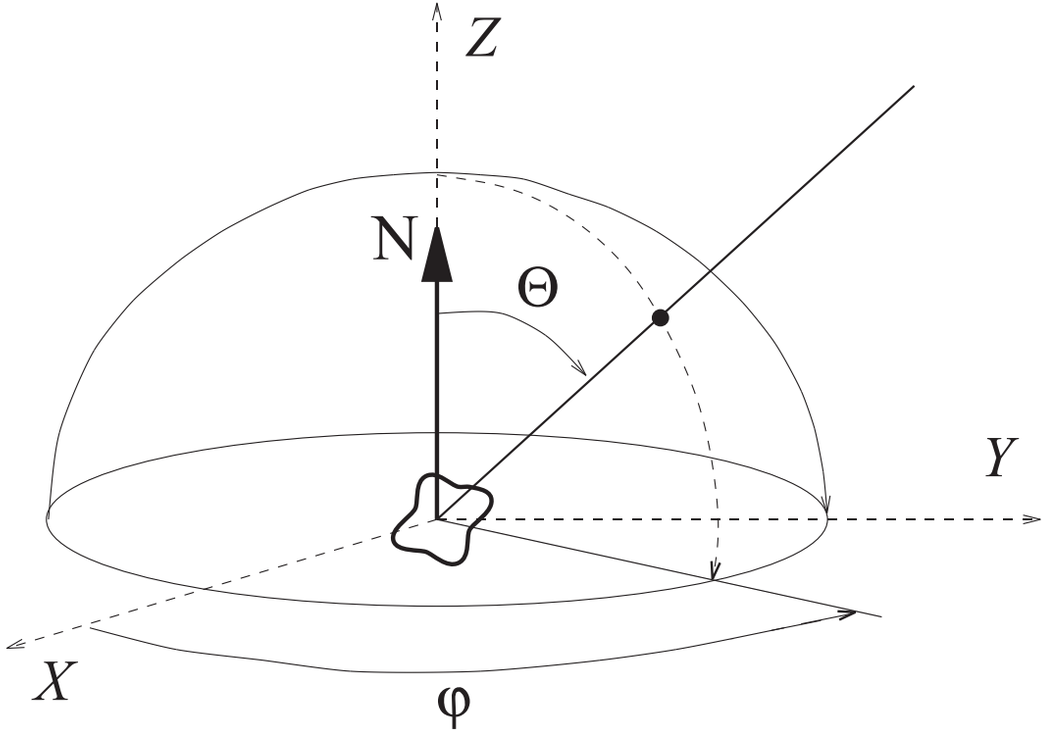
# Mechanická vinětace

Týká se jen nepozorných uživatelů.



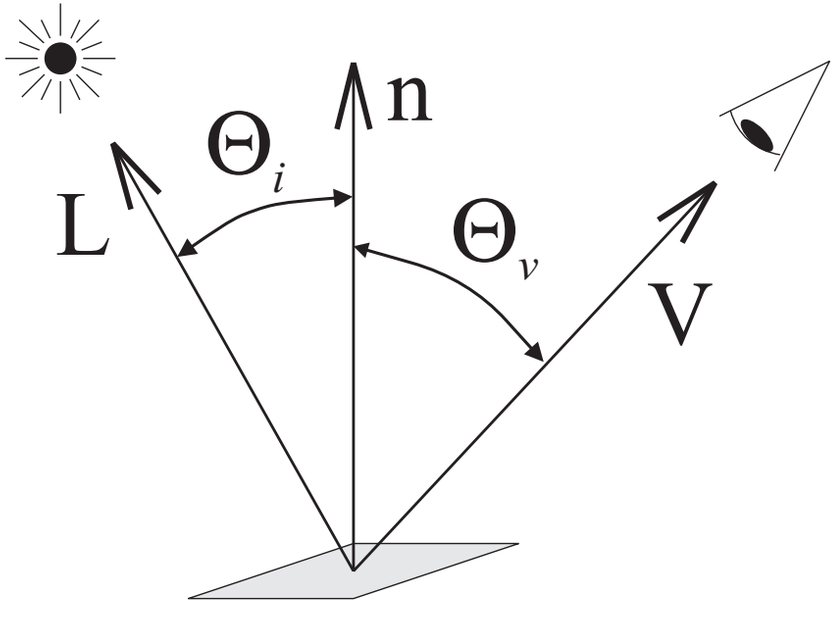
# Odrazivost povrchu

- V počítačovém vidění a počítačové grafice je hodnota obrazové funkce chápána jako odhad záře $L$, která vznikla odrazem světelné energie dané ozářením $E$ od povrchu scény.
- Orientace plošky se popisuje v kulových souřadnicích azimutem $\varphi$ a polárním úhlem $\Theta$.



# Světelné zdroje, pozorovatel

- Zář $L$ ($\sim$ jasu) matného objektu, který nevyzařuje vlastní energii, je ovlivněna ozářením povrchu objektu.
- Ozáření $E$ závisí na typu světelných zdrojů (zda jsou např. bodové či plošné) a jejich umístění vzhledem k plošce a pozorovateli.



# BRDF

- BRDF – dvousměrová distribuční funkce odrazu $f_r$
  (angl. Bidirectional Reflectance Distribution Function)
- BRDF udává pro určitý materiál poměr mezi změřenou září $L$ odraženou od povrchu v jistém směru při ozáření $E$. Vliv fáze záření je pro jednoduchost zanedbán.

$$f_r(\Theta_i, \varphi_i; \Theta_v, \varphi_v) = \frac{\delta L(\Theta_v, \varphi_v)}{\delta E(\Theta_i, \varphi_i)} \quad [\mathrm{sr}^{-1}] \, .$$

- BRDF představuje složitý model nutný pro povrchy s orientovanou mikrostrukturou, např. polodrahokam tygří oko (křemen prostoupený vlákny krokydolitu, žlutohnědá barva, měňavý třpyt), paví pera nebo např. hrubý řez hliníkem.
- Měření na goniometru.

# Příklad složité BRDF - zmrzlý sníh

# Zmrzlý sníh, detail

# Zmrzlý sníh, závislost na orientaci

# Zjednodušená BRDF

- Pro většinu prakticky významných povrchů není odrazivost popsaná BRDF závislá na otočení podél normály k povrchu. Potom $f_r$ závisí pouze na rozdílu azimutů směrů ke světelnému zdroji a pozorovateli $\varphi_i - \varphi_v$, tedy na $f_r(\Theta_i, \Theta_v, (\varphi_i - \varphi_v))$.
- Zjednodušení platí pro matné (lambertovské) povrchy, ideálně zrcadlící povrch a jejich kombinace.

# Koeficient odrazivosti = albedo

- Albedo vyjadřuje, jaký podíl dopadající energie je povrchem odražen zpět do poloprostoru.
- Zjednodušení: zanedbáme vliv barvy povrchu a také závislost albeda na vlnové délce $\lambda$.
- $E_i(\lambda)$ je zář způsobenou ozářenou ploškou povrchu a $E_r(\lambda)$ je tok energie na jednotku plochy vyzářený ploškou zpět do poloprostoru.
- Hledaný podíl je potom integrálem záře $L$ z povrchu v prostorovém úhlu $\Omega$, který odpovídá celému poloprostoru

$$E_r = \int_\Omega L \, \mathrm{d}\, \Omega \, .$$

# Funkce odrazivosti $R(\Omega)$

- $R(\Omega)$ modeluje vliv lokálních změn geometrie povrchu na rozptýlení odražené energie v prostoru.
- $\Omega$ je nekonečně malý prostorový úhel kolem směru pohledu,

$$\int_{\Omega} R \, \mathrm{d}\, \Omega = 1 \, .$$

- Obecně závisí odrazivé vlastnosti povrchu na třech úhlech, popisujících vzájemný vztah mezi směrem ke zdroji světla $\mathbf{L}$, směrem k pozorovateli $\mathbf{V}$, lokální orientaci povrchu danou normálnou $\mathbf{n}$.

# Funkce odrazivosti (2)

- Kosiny vektorů (směrů) ke zdroji světla $\mathbf{L}$, k pozorovateli $\mathbf{V}$ a lokální orientace povrchu danou normálou $\mathbf{n}$ lze napsat jako skalární součin vektorů, což označuje $(\cdot)$.
- Potom je funkce odrazivosti $R(\mathbf{n}\cdot\mathbf{L}, \mathbf{n}\cdot\mathbf{V}, \mathbf{V}\cdot\mathbf{L})$.

# Speciální případ = lambertovský povrch

- Lambertovský povrch (také ideálně matný, ideálně difúzní povrch) odráží světelnou energii rovnoměrně do všech směrů.
- Proto je zář (a také jas) ze všech směrů konstantní,

$$f_{\text{Lambert}}\left(\Theta_i, \Theta_v, \varphi_i - \varphi_v\right) = \frac{\rho(\lambda)}{\pi}\,.$$

- Název dal Johann Heinrich Lambert podle jeho knihy Photometria vydané v latině v roce 1760. Zde bylo poprvé použito slovo “albedo”.

# Lambertovský povrch (2)



- Pro konstantní albedo $\rho(\lambda)$ lze odrazivost lambertovského povrchu vyjádřit ve tvaru kosinového zákona

$$R = \frac{1}{\pi}\,\mathbf{n}\cdot\mathbf{L} = \frac{1}{\pi}\,\cos\Theta_i\ .$$

- Všimněte si, že funkce odrazivosti lambertovského povrchu nezávisí směru pohledu $\mathbf{V}$.
- Lambertovský model odrazivosti je pro svou jednoduchost velmi oblíbený.

# Číselné hodnoty odrazivosti pro lambertovské povrchy



- Pro lambertovský povrch osvětlený rovnoběžnými paprsky světla s polárním úhlem $\Theta$ a ozářením $E$.
- Pozorovaná je zář $L$.
- Příklady materiálů, jejichž odrazivost lze považovat za lambertovskou s hodnotami odrazivosti $\rho(\lambda)$ pro $\lambda$ odpovídající asi středu viditelného spektra.
- Bílý piják 0,8. Bílý psací papír 0,68. Bílý strop nebo žlutý papír 0,6. Tmavě hnědý papír 0,14. Tmavý samet 0,004.

# Ideální zrcadlový povrch

- Odráží ozáření ze směru $(\Theta_i, \varphi_i)$ do směru $(\Theta_i, \varphi_i + \pi)$.
- Vlastní povrch tedy není vidět, ale ukazuje jen zdánlivý zrcadlově převrácený obraz zdrojů osvětlení.