Znalosti v multi-agentních systémech

Olga Štěpánková

laboratory Gerstner

Filozofové a logici se nejdřív soustředili na studium vlastností znalostí a odvozování v případě jediného individua.

Ale jádrem každé analýzy běžných situací

konverzace
obchodního vyjednávání
protokolu řízeného událostmi v distribuovaném prostředí

je interakce mezi (více) agenty

Naši agenti mohou být vyjednávači, komunikující roboti, vodiče, paměti nebo složité počítačové systémy

VZ 2009 2

• Agent ve skupině musí brát v úvahu fakta, která jsou pravdivá v okolním světě,
• ale také znalosti ostatních agentů ve skupině.

Příklad. Kohout a pan Brouček.

Dean neví, jestli Nixon ví, že Dean ví, že Nixon ví, že McCord se vloupal do O´Brienovy kanceláře ve Watergate.

Většina lidí se rychle ztrácí v takto zahnízděné skupině znalostí, jedná-li se o „cizí“ prostředí.

VZ 2009 3

Příklad.

Běžně se setkáváme se situací, kdy každý ve skupině ví určitý fakt.

*Každý řidič ví, že **červená je „stůj“ a zelená „volno“.** Tento fakt sám nestačí, abychom se na silnici cítili bezpečněji! **Proč?***

Potřebujeme si být jisti, že každý zná toto pravidlo a dodržuje ho. V některých aplikacích nestačí ani toto „dvoustupňové“ vědění.

VZ 2009 4

Jsou situace, kdy je třeba uvažovat stav, *v němž současně* ***každý ví nějaký fakt F,***

každý ví, že ***každý ví F,***

každý ví, že každý ví, že ***každý ví F*** *atd.*

V takovém případě říkáme, že skupina má **společnou znalost *F*.**

Společná znalost

- je nutná k porozumění v diskusi
- je podmínkou k dosažení dohody

Ušmudlané děti.

Výchozí stav *n* dětí si společně hraje, po určité době se *k* dětí ušmudlá na místě, které nemohou vidět, například na čele.

Přichází otec a říká: ***„Jeden z vás má špínu na čele".***

{to je fakt známý každému dítěti, je-li $k > 1$}

Otec se opakovaně ptá ***„Ví někdo z vás, zda má špínu na čele ?"***

Mohou děti dospět k nějakému závěru?

Označíme tvrzení *„nejméně jeden z vás má špínu na čele"* písmenem ***p.*** Pokud $k > 1$, může se zdát, že otec tímto tvrzením neposkytl žádnou informaci.

Kdyby otec neřekl ***p*** , ušmudlané děti nebudou nikdy schopny usoudit, že mají špínu na čele. Indukcí podle *k* se dá dokázat, že bez ohledu na situaci tj. na počet ušmudlaných dětí, všechny děti odpoví NE na prvních $q< k$ otázek.

$\boldsymbol{k - 1}$ krát všechny děti odpoví NE, v ***k***-tém kole všechny ušmudlané děti odpoví ANO.

Ušmudlané děti.

Výchozí stav *n* dětí si společně hraje, po určité době se *k* dětí ušmudlá na místě, které nemohou vidět, například na čele.

Přichází otec a říká: ***„Jeden z vás má špínu na čele".***

{to je fakt známý každému dítěti, je-li $k > 1$}

Otec se opakovaně ptá ***„Ví někdo z vás, zda má špínu na čele ?"***

Analýza: dříve než otec řekne ***p***, každý ví ***p*** ($k > 1$), ale není vždy pravda, že každý ví, že každý ví ***p*** .

První pokus o důkaz indukcí podle *k*.

Model znalostí

Kripkeho model možných světů.

Idea:
Kromě skutečného stavu světa existuje jistý počet možných stavů - „možné světy“.

S informacemi, které agent má, nemusí být schopen říci, který z možných světů popisuje skutečný stav.

Definice. Říkáme, že *agent zná fakt* ***p*** , jestliže ***p*** je pravdivé ve všech stavech, které agent pokládá za možné (vzhledem k informacím, které má).

Příklad.

Agent1 se prochází ulicemi Ústí nad Labem, kde je slunný den, ale nemá informaci o počasí v Humpolci.

Tedy ve všech světech, které **Agent1** pokládá za možné, je v Ústí nad Labem slunný den.

Na druhé straně, protože **Agent1** neví jaké počasí je v Humpolci, v některých z jeho možných světů v Humpolci prší a v jiných je v Humpolci slunný den.

Agent1 tedy ví, že v Ústí nad Labem je slunný den, ale neví, je-li slunný den také v Humpolci.

Intuitivně:

čím méně je světů, které agent považuje za možné,

tím je menší jeho nejistota a tím více toho agent ví.

Jestliže **Agent1** získá ze spolehlivého zdroje informaci, že v Humpolci je slunný den, pak již nemusí dále uvažovat jako možné ty světy, ve kterých v Humpolci prší (je zataženo, mlha a podobně).

Abychom mohli tyto myšlenky vyjádřit přesně, potřebujeme jazyk, který by dovolil vyjádřit pojmy týkající se znalostí jednoznačným způsobem.

Použijeme **jazyk výrokové modální logiky.**

Předpokládejme, že máme skupinu n agentů, které pojmenujeme $1, 2, \ldots, n$. Tito agenti chtějí uvažovat o světě, který se dá popsat neprázdnou množinou prvotních výroků **Φ**, které budeme označovat

$$p, p', q, q', \ldots$$

Prvotní výroky vyjadřují základní fakta o světě, například *„v Humpolci prší“*, *„Mařenka je ušmudlaná“*.

Abychom mohli vyjádřit tvrzení

„Karel ví , že prší v Humpolci“

rozšíříme jazyk o modální operátory

$$K_1, K_2, \ldots, K_n$$

každý pro jednoho agenta.

Výraz $K_i p$ čteme *„ agent **i** ví **p**“.*

K jazyku patří také základní výrokové spojky $\neg$ (*negace*) a $\wedge$ (konjunkce - často označovaná také *symbolem* **&**), z nichž se dají ostatní spojky definovat.

Formule.

$p \in \Phi \quad \Rightarrow \quad p \in \textbf{\textit{Formule}}$

$A, B \in \textbf{\textit{Formule}} \quad \Rightarrow \quad \neg A, (A \wedge B) \in \textbf{\textit{Formule}}$

$A \in \textbf{\textit{Formule}}$ a $1 \leq i \leq n \quad \Rightarrow \quad K_i A \in \textbf{\textit{Formule}}$

Standardní zkratky z výrokové logiky

$A \vee B$ *za* $\neg(\neg A \wedge \neg B)$

$A \rightarrow B$ *za* $\neg A \vee B$

$A \leftrightarrow B$ *za* $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$

true za $p \vee \neg p$ *false za* $\neg true$

{**p** je pevně zvolená prvotní formule }

Příklad.

a) $K_1 K_2 p \wedge \neg K_2 K_1 K_2 p$

Agent1 ví, že **Agent2** ví ***p*** , ale **Agent2** neví, že **Agent1** ví, že **Agent2** ví ***p*** .

Poirot ví, že **Mrs.A** ví ***kde má Mr.B léky*** , ale **Mrs.A** neví, že **Poirot** ví, že **Mrs.A** ví ***kde má Mr.B léky.***

b) možnost chápeme jako duální ke znalosti.

Agent1 považuje ***A*** za možné, jestliže Agent 1 **neví** $\neg$ ***A*** , tj.

$$\neg K_1 \neg A$$

Uvažujme tvrzení

Dean neví zda Nixon ví, že Dean ví, že Nixon ví, že McCord se vloupal do kanceláře O´Briena ve Watergate.

Označíme-li Deana za agenta 1, Nixona za agenta 2 a *p* za výrok *„McCord se vloupal do kanceláře O´ Briena ve Watergate“.*

Pak uvedené tvrzení lze zapsat takto

$$\neg K_1 \neg (K_2 K_1 K_2 p) \wedge \neg K_1 \neg (\neg K_2 K_1 K_2 p)$$

Sémantika (naší) modální logiky.

Kripkeho sémantika možných světů.

Kripkeho struktura M pro n agentů nad množinou prvotních formulí Φ je $(n+2)$-tice

$$(S, \boldsymbol{\pi}, K_1, K_2, \ldots, K_n)$$

kde S je množina možných světů nebo krátce stavů, π je interpretace stavů, která každému stavu s přiřazuje pravdivostní ohodnocení prvotních formulí z Φ, tedy

$$\boldsymbol{\pi}(s) : \boldsymbol{\Phi} \rightarrow \{true,\ false\}$$

a K_i jsou binární relace na S .

Na začátku našeho výkladu, budeme předpokládat, že tyto **relace přípustnosti** jsou **ekvivalence**. Potom

$$(s,t) \in K_i \quad \Leftrightarrow \quad (t,s) \in K_i$$

Znamená-li $(s,t) \in K_i$, že agent i ve stavu s považuje svět t za možný (přípustný), pak ze symetrie a tranzitivity plyne, že agent i má v s i t stejnou informaci o světě (stejnou množinu možných světů).

Stavy s a t jsou pro agenta i v tomto případě nerozlišitelné! Tento přístup se dá použít u řady aplikací.

Sémantika možných světů.

Budeme definovat pojem **$(M, s) \models A$** , který čteme „formule *A platí ve struktuře M a stavu s*“ nebo *„ A je splněna v (M, s)*“. Postupujeme indukcí podle struktury A .

(i) $\quad (M,s) \models p \quad$ *právě když* $\quad \boldsymbol{\pi}(s)(p) = true \quad \{p \in \boldsymbol{\Phi}\}$

(ii) $\quad (M,s) \models \neg A \quad$ *právě když* $\quad (M,s) \not\models A$

(iii) $\quad (M,s) \models A \wedge B$ *právě když* $\quad (M,s) \models A$ *a* $(M,s) \models B$

(iv) $\quad (M,s) \models K_i A \quad$ *právě když* $\quad (M,t) \models A$

pro všechna t, $(s,t) \in K_i$

Kripkeho struktury lze zobrazit jako ohodnocené orientované grafy.

Uzly grafu jsou stavy $s \in S$. Uzly jsou ohodnoceny množinou prvotních formulí, které v s platí.

Orientované hrany ohodnocujeme množinami agentů, ohodnocení hrany z uzlu $\boldsymbol{s}$ do $\boldsymbol{t}$ obsahuje index $\boldsymbol{i}$, jestliže $(s,t) \in K_i$.

Příklad.

Nechť $\Phi = \{p\}$ a $n = 2$, tedy náš jazyk má jednu prvotní formuli p a existují dva agenti.

Uvažujme Kripkeho strukturu

$$M = (S, \boldsymbol{\pi}, K_1, K_2)$$

kde

(i) $S = \{s, t, u\}$

(ii) $\boldsymbol{p}$ je pravdivé ve stavech s a u, ne však v t. Tedy

$\pi(s)(\boldsymbol{p}) = \pi(u)(\boldsymbol{p}) = \mathit{true}$ a $\pi(t)(\boldsymbol{p}) = \mathit{false}$

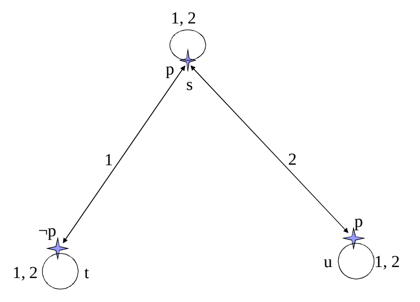
(iii) agent1 neumí rozlišit stav s od t, takže

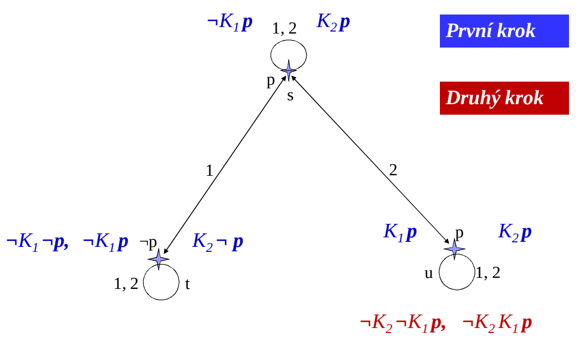
$$K_1 = \{(s,s),(s,t),(t,s),(t,t),(u,u)\}$$

agent2 neumí rozlišit stav s od u, tedy

$$K_2 = \{(s,s),(s,u),(u,s),(t,t),(u,u)\}$$

Situaci znázorníme následujícím grafem, který popisuje relace K_i.





Je-li p výrok „v Ústí nad Labem je slunný den“, potom ve stavu s je v Ústí nad Labem slunný den, ale algent1 o tom neví, protože ve stavu s považuje za možné oba stavy s a t.

Agent1 je si vědom, že s a t jsou dva různé stavy, to co chceme říci je, že agent1 nemá dostatečné informace, aby rozlišil stavy s a t.

Agent2 ve stavu s, ví že v Ústí nad Labem je slunečno, protože ve stavu s považuje za možné jen stavy s a u a v obou p platí.

Agent2 ví i ve stavu t jaký je skutečný stav, že není slunečno.

Z toho plyne, že ve stavu s, agent1 ví, že agent2 ví v zda v Ústí nad Labem je slunný den nebo ne v obou stavech, které agent1 považuje za možné ve stavu s, jmenovitě je stavech s a t, agent2 zná skutečný stav věcí v obou z nich.

Tedy ačkoliv agent1 neví ve stavu s skutečnou situaci, ví že agent2 zná skutečnou situaci ve stavu s.

V kontrastu k tomu, i když agent2 ve stavu s ví, že v Ústí nad Labem je slunný den, neví, že agent1 nezná tento fakt {v jednom světě, který agent2 považuje za možný, jmenovitě u agent1 ví že v Ústí je slunečno, ale ve druhém možném světě agenta2, jmenovitě s agent1 tento fakt neví}.

Tato komplikovaná úvaha může být shrnuta do jediného sémantického tvrzení

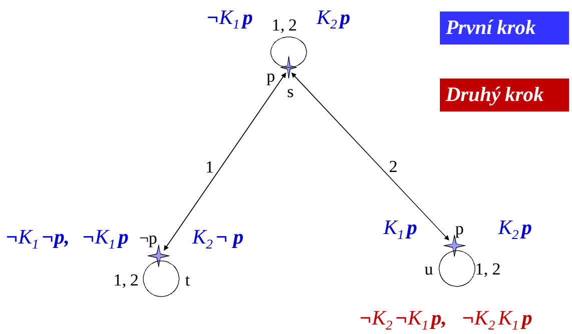
$$(M,s) \models p \wedge \neg K_1 p \wedge K_2 p \wedge K_1(K_2 p \vee K_2 \neg p) \wedge \neg K_2 \neg K_1 p$$

Protože ve stavech s a u má naše jediná prvotní formule stejné ohodnocení, zdálo by se, že je možné jeden z nich vynechat. To ale není možné.

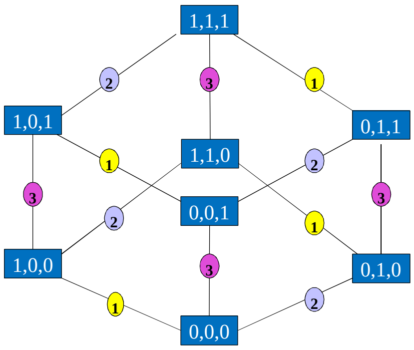
Stav není určen jen pravdivostním ohodnocením, ale také relacemi mezi možnými světy.

Kdyby agent1 považoval ve stavu s za možný stav u místo stavu t, věděl by jaká je situace ve stavu s.

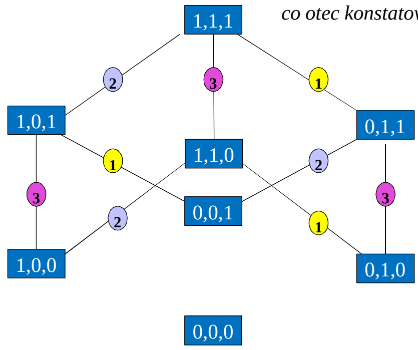
$$(M,s) \models p \wedge \neg K_1 p \wedge K_2 p \wedge K_1(K_2 p \vee K_2 \neg p) \wedge \neg K_2 \neg K_1 p$$



Kripkeho struktura pro 3 (ušmudlané) děti



Kripkeho struktura pro 3 ušmudlané děti** poté, co otec konstatoval **p



Všeobecné a distribuované znalosti

K vyjádření těchto pojmů přidáme do jazyka tři modální operátory

E_G {"*každý ve skupině G ví*"}

C_G {"*je to všeobecná znalost mezi agenty v G*"}

D_G {"*je to distribuovaná znalost mezi agenty v G*"}

pro každou neprázdnou podmnožinu G množiny [1, 2, . . . , n]. Je-li A formule, potom $E_G A$, $C_G A$ a $D_G A$ jsou také formule.

Příklad.

$K_3 \neg C_{[1,2]} p$ agent3 ví, že p není všeobecná znalost mezi agenty 1 a 2.

$D_G q \wedge \neg C_G q$ q je distribuovaná znalost, ale není to znalost všeobecná.

Není těžké definovat sémantiku těchto operátorů. Nejprve definujme iteraci operátoru E_G.

$$E_G^0 A \equiv A \qquad E_G^{n+1} A \equiv E_G E_G^n A$$

Definujeme

$(M,s) \models E_G A \iff (M,s) \models K_i A$ *pro všechna* $i \in G$

$(M,s) \models C_G A \iff (M,s) \models E_G^k A$ *pro všechna* k

Oba pojmy mají zajímavou grafovou interpretaci: Je-li ***G*** neprázdná podmnožina agentů, říkáme, že stav ***t*** je ***G*-dosažitelný ze stavu *s* v *k* krocích**, jestliže existuje posloupnost stavů

$$s \equiv s_0, s_1, \ldots, s_k \equiv t$$

taková, že pro každé $j, 0 \le j < k$ existuje $i \in G$ takové, že $(s_j, s_{j+1}) \in K_i$. Říkáme, že ***t* je *G*-dosažitelné z *s***, je-li ***G***-dosažitelné po konečném počtu kroků.

Lemma.

$(i)\ (M,s) \models E_G^k A \iff (M,t) \models A$ *pro každé* t, *G – dosažitelné v k krocích z s*

$(ii)\ (M,s) \models C_G A \iff (M,t) \models A$ *pro každé* t, *G – dosažitelné z s.*

Důkaz.

(i) se dokáže indukcí podle k, (ii) plyne z (i).

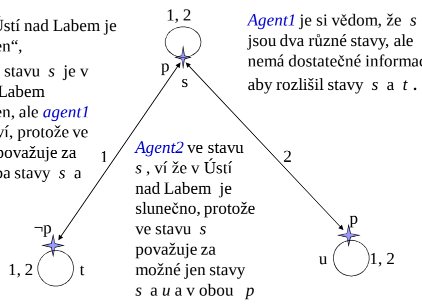
Obě tvrzení se dokáží pro libovolné relace K, žádná jejich vlastnost se nepředpokládá.

Distribuované znalosti.

Vraťme se k našemu modelu z Ústí nad Labem.

p = „v Ústí nad Labem je slunný den“,

potom ve stavu s je v Ústí nad Labem slunný den, ale *agent1* o tom neví, protože ve stavu s považuje za možné oba stavy s a t.



Agent1 je si vědom, že s a t jsou dva různé stavy, ale nemá dostatečné informace, aby rozlišil stavy s a t.

Agent2 ve stavu s, ví že v Ústí nad Labem je slunečno, protože ve stavu s považuje za možné jen stavy s a u a v obou p platí.

Ve stavu s *agent1* považuje za možné oba stavy s i t, ale ne stav u. Přitom *agent2* považuje za možné stavy s a u, zatímco stav t ne.

Kdo by uměl využít znalosti obou agentů, ten by věděl, že možný je jenom stav s: *agent1* má dost znalostí, aby mohl vyloučit stav u a *agent2* by ze stejného důvodu vyloučil stav t.

Obecně, kombinujeme znalosti agentů ze skupiny G, abychom vyloučili všechny světy, které některý agent považuje za nemožné.

Tomu odpovídá průnik relací K. Definujeme *distribuovanou znalost* D_G vztahem

$$(M,s) \models D_G A \iff (M,t) \models A \quad \text{pro každé } t,$$
$$(s,t) \in \bigcap_{i \in G} K_i$$

Označme ***p*** tvrzení, že „jedno z dětí je ušmudlané“

Je-li počet ušmudlaných dětí v naší historce $k = 2$, není těžké ukázat, že každé dítě je ve stavu, v němž „ví, že p“, ale v němž neplatí, že „každý ví, že každý ví p“.

Naopak, je-li $k = 3$, tvrzení že „každý ví, že každý ví p“ platí. Ale neplatí, že „každý ví, že každý ví, že každý ví p. (3 krát)“

Označme $E^k p$ *tvrzení* $(\textit{každý ví, že})^k$ *platí* p

$C\,p$ *tvrzení, že* p *společná znalost*

Cvičení Je-li právě k dětí ušmudalných, dříve než otec promluví, platí pro každé dítě, že je ve stavu, v němž platí $E^{k-1} p$, ale neplatí $E^k p$.

Otcovo prohlášení mění stav znalostí dětí z $E^{k-1} p$ na $C\,p$.

Zatím jsme pracovali s *výrokovou modální logikou.*

Nemáme zde kvantifikaci prvního řádu univerzální ani existenční, proto nemůžeme popsat výroky: „Mařenka umí vyjmenovat (zná jménem) všechny krajské hejtmany“.

V *predikátové modální logice* bychom napsali

$$(\forall x)(Kraj(x) \to (\exists y)(K_{Mařenka} Krajský\_hejtman(x,y))$$

V dalším zůstaneme u výrokové modální logiky, která postačí pro naše účely a vyhneme se tak komplikovaným situacím, které přináší predikátová modální logika.

Král a jeho 3 rádci

Král dal do prázdné truhly 5 klobouků stejného tvaru, z nichž 3 byly bílé a 2 černé. Všichni tři rádcové společně před králem, kam museli postupně vejít úplně zatemněnou předsíní, kde každému z nich někdo ze sloužících dal na hlavu jeden z klobouků v truhle s tím, že klobouk si v žádném případě nesmí sundat.

“*Přijdete jen silou svého rozumu na to, jaký má kdo z Vás klobouk? Odpovídejte v pořadí, jak jste vešli do místnosti.*“ Rádci se obezřetně rozhlédli kolem sebe a postupně odpovídali takto:

Rádce1 (ten, který vešel první) řekl, že neví, jaký má klobouk.

Rádce2 řekl, že ani on neví, jaký má klobouk.

Rádce3 v tom okamžiku oznámil, že už ví, jaký má klobouk.

Podaří se i nám uhodnout, jaké barvy klobouků dostali jednotliví rádci?