Znalosti v multi-agentních systémech

Olga Štěpánková

laboratory Gerstner

Filozofové a logici se nejdřív soustředili na studium vlastností znalostí a odvozování v případě jediného individua.

Ale jádrem každé analýzy běžných situací, jakými jsou

- konverzace
- obchodní vyjednávání
- protokol řízený událostmi v distribuovaném prostředí

je interakce mezi (více) agenty

Naši agenti mohou být vyjednávači, komunikující roboti, vodiče, paměti nebo složité počítačové systémy

---

- Agent ve skupině musí brát v úvahu fakta, která jsou pravdivá v okolním světě,
- ale také znalosti ostatních agentů ve skupině.

Příklad. Kohout a pan Brouček.

Dean neví, jestli Nixon ví, že Dean ví, že Nixon ví, že McCord se vloupal do O´Brienovy kanceláře ve Watergate.

Většina lidí se rychle ztrácí v takto zahnízděné skupině znalostí, jedná-li se o „cizí" prostředí.

Příklad.

Běžně se setkáváme se situací, kdy každý ve skupině ví určitý fakt.

Každý řidič ví, že ***červená je „stůj" a zelená „volno".*** *Tento fakt sám nestačí, abychom se na silnici cítili bezpečněji!* ***Proč?***

Potřebujeme si být jisti, že každý zná toto pravidlo a dodržuje ho. V některých aplikacích nestačí ani toto „dvoustupňové" vědění.

Jsou situace, kdy je třeba uvažovat stav, *v němž současně* ***každý ví nějaký fakt F,***

každý ví, že ***každý ví F,***

každý ví, že každý ví, že ***každý ví*** *F atd.*

V tako vém případě říkáme, že skupina má **společnou znalost *F.***

Společná znalost

- je nutná k porozumění v diskusi
- je podmínkou k dosažení dohody

Ušmudlané děti.

Výchozí stav n dětí si společně hraje, po určité době se k dětí ušmudlá na místě, které nemohou vidět, například na čele.

Přichází otec a říká: ***„Jeden z vás má špínu na čele".***

{to je fakt známý každému dítěti, je-li $k > 1$}

Otec se opakovaně ptá ***„Ví někdo z vás, zda má špínu na čele ?"***

Mohou děti dospět k nějakému závěru?

Nechť k dětí je ušmudaných.

Označíme otcovo tvrzení *„nejméně jeden z vás má špínu na čele“* písmenem ***p.*** Pokud $k > 1$, může se zdát, že otec tímto tvrzením neposkytl žádnou informaci.

Kdyby otec neřekl p , ušmudlané děti nebudou nikdy schopny usoudit, že mají špínu na čele. Indukcí podle k se dá dokázat, že bez ohledu na situaci tj. na aktuální počet ušmudlaných dětí, všechny děti odpoví NE na všech prvních $q< k$ otázek.

TEDY: $k - 1$ krát všechny děti odpoví NE, v k-tém kole všechny ušmudlané děti odpoví ANO.

Ušmudlané děti.

Výchozí stav n dětí si společně hraje, po určité době se k dětí ušmudlá na místě, které nemohou vidět, například na čele.

Přichází otec a říká: ***„Jeden z vás má špínu na čele“.***

{to je teď fakt známý každému dítěti, je-li $k > 1$}

Otec se opakovaně ptá ***„Ví někdo z vás, zda má špínu na čele ?“***

Analýza: Je-li $k > 1$, pak už dříve než otec řekne p, každý ví p, ale není vždy pravda, že každý ví, že každý ví p .

První pokus o důkaz indukcí podle k.

Model znalostí

Kripkeho model možných světů.

Idea:
Kromě skutečného stavu světa existuje jistý počet možných stavů - „možné světy“.

S informacemi, které agent má, nemusí být schopen říci, který z možných světů popisuje skutečný stav.

Definice. Říkáme, že *agent zná fakt* p , jestliže p je pravdivé ve všech stavech, které agent pokládá za možné (vzhledem k informacím, které má).

Příklad.

Agent1 se prochází ulicemi Ústí nad Labem, kde je slunný den, ale nemá informaci o počasí v Humpolci.

Tedy ve všech světech, které **Agent1** pokládá za možné, je v Ústí nad Labem slunný den.

Na druhé straně, protože **Agent1** neví jaké počasí je v Humpolci, v některých z jeho možných světů v Humpolci prší a v jiných je v Humpolci slunný den.

Agent1 tedy ví, že v Ústí nad Labem je slunný den, ale neví, je-li slunný den také v Humpolci.

Intuitivně:

čím méně je světů, které agent považuje za možné,

tím je menší jeho nejistota a tím více toho agent ví.

Jestliže **Agent1** získá ze spolehlivého zdroje informaci, že v Humpolci je slunný den, pak již nemusí dále uvažovat jako možné ty světy, ve kterých v Humpolci prší (je zataženo, mlha a podobně).

Abychom mohli tyto myšlenky vyjádřit přesně, potřebujeme jazyk, který by dovolil vyjádřit pojmy týkající se znalostí jednoznačným způsobem.

Použijeme **jazyk výrokové modální logiky.**

Předpokládejme, že máme skupinu n agentů, které pojmenujeme $1, 2, \ldots, n$. Tito agenti chtějí uvažovat o světě, který se dá popsat neprázdnou množinou prvotních výroků Φ, které budeme označovat

$p, p', q, q', \ldots$

Prvotní výroky vyjadřují základní fakta o světě, například *„v Humpolci prší“, „Mařenka je ušmudlaná“.*

Abychom mohli vyjádřit tvrzení

„*Karel ví , že prší v Humpolci*“

rozšíříme jazyk o modální operátory

$$K_1, K_2, \ldots, K_n$$

každý pro jednoho agenta.

Výraz $K_i p$ čteme „ *agent **i** ví* ***p***“.

K jazyku patří také základní výrokové spojky $\neg$ (*negace*) a $\wedge$ (konjunkce - často označovaná také *symbolem* **&**), z nichž se dají ostatní spojky definovat.

Formule.

$p \in \boldsymbol{\Phi} \quad \Rightarrow \quad p \in \textbf{\textit{Formule}}$

$A, B \in \textbf{\textit{Formule}} \quad \Rightarrow \quad \neg A, (A \wedge B) \in \textbf{\textit{Formule}}$

$A \in \textbf{\textit{Formule}}$ a $1 \le i \le n \quad \Rightarrow \quad K_i A \in \textbf{\textit{Formule}}$

Standardní zkratky z výrokové logiky

$A \vee B$ *za* $\neg(\neg A \wedge \neg B)$

$A \to B$ *za* $\neg A \vee B$

$A \leftrightarrow B$ *za* $((A \to B) \wedge (B \to A))$

true za $(p \vee \neg p)$ *false za* $(\neg\, true)$

{***p*** je pevně zvolená prvotní formule }

Příklad.

a) $K_1 K_2 p \wedge \neg K_2 K_1 K_2 p$

Agent1 ví, že **Agent2** ví ***p*** , ale **Agent2** neví, že **Agent1** ví, že **Agent2** ví ***p*** .

Poirot ví, že **Mrs.A** ví ***kde má Mr.B léky*** , ale **Mrs.A** neví, že **Poirot** ví, že **Mrs.A** ví ***kde má Mr.B léky.***

b) **Možnost** chápeme jako duální ke znalosti.

Agent1 považuje ***A*** za **možné**, jestliže **Agent 1 neví** $\neg$ ***A*** , tj.44

$$\neg K_1 \neg A$$

c) **Agent1 neví nic o platnosti φ** (jinými slovy: **Agent1** neví, zda **φ** platí **či** nikoliv), pokud považuje **φ** za možné **a** současně považuje za možné i ¬ **φ**, tj. $\neg K_1 \neg \varphi \wedge \neg K_1 \neg\neg \varphi$

Uvažujme tvrzení

*Dean **neví, zda** Nixon ví, že Dean ví, že Nixon ví, že McCord se vloupal do kanceláře O´Briena ve Watergate.*

Označíme-li Deana za agenta 1, Nixona za agenta 2 a p za výrok „*McCord se vloupal do kanceláře O´ Briena ve Watergate*“.

Pak uvedené tvrzení lze zapsat takto

$$\neg K_1 \neg (K_2 K_1 K_2 p) \wedge \neg K_1 \neg (\neg K_2 K_1 K_2 p)$$

Sémantika (naší) modální logiky.

Kripkeho sémantika možných světů.

Kripkeho struktura M pro n agentů nad množinou prvotních formulí Φ je $(n+2)$-tice

$$(S, \boldsymbol{\pi}, K_1, K_2, \ldots, K_n)$$

kde $\boldsymbol{S}$ je množina možných světů nebo krátce stavů,

$\boldsymbol{\pi}$ je interpretace stavů, která každému stavu s přiřazuje pravdi- vostní ohodnocení prvotních formulí z Φ, tedy

$$\boldsymbol{\pi}(s) : \boldsymbol{\Phi} \to \{true,\ false\}$$

a K_i jsou binární relace na $\boldsymbol{S}$.

Na začátku našeho výkladu, budeme předpokládat, že tyto **relace přípustnosti** jsou **ekvivalence**. Potom

$$(s,t) \in K_i \quad \Leftrightarrow \quad (t,s) \in K_i$$

Znamená-li $(s,t) \in K_i$, že agent i ve stavu s považuje svět t za možný (přípustný), pak ze symetrie a tranzitivity plyne, že agent i má v s i t stejnou informaci o světě (stejnou množinu možných světů).

Stavy s a t jsou pro agenta *i* v tomto případě nerozlišitelné! Tento přístup se dá použít u řady aplikací.

Sémantika možných světů.

Budeme definovat pojem **(*M, s*)** |= ***A***, který čteme „formule *A platí ve struktuře M a stavu s*" nebo „ *A je splněna v (M, s)*". Postupujeme indukcí podle struktury *A*.

$(i)\quad (M,s) \models p \qquad \text{právě když} \quad \pi(s)(p) = true \;\; \{p \in \Phi\}$

$(ii)\quad (M,s) \models \neg A \quad \text{právě když} \quad (M,s) \not\models A$

$(iii)\quad (M,s) \models A \wedge B \;\text{právě když}\quad (M,s) \models A \;a\; (M,s) \models B$

$(iv)\quad (M,s) \models K_i A \quad \text{právě když} \quad (M,t) \models A$

$\text{pro všechna}\, t, (s,t) \in K_i$

Kripkeho struktury lze zobrazit jako ohodnocené orientované grafy.

Uzly grafu jsou stavy $s \in S$. Uzly jsou ohodnoceny množinou prvotních formulí, které v *s* platí.

Orientované hrany ohodnocujeme množinami agentů, ohodnocení hrany z uzlu ***s*** do ***t*** obsahuje index ***i***, jestliže $(s,t) \in K_i$.

Příklad.

Nechť $\Phi = \{p\}$ a $n = 2$, tedy náš jazyk má jednu prvotní formuli *p* a existují dva agenti.

Uvažujme Kripkeho strukturu $M = (S, \pi, K_1, K_2)$, kde

(i) $S = \{s, t, u\}$

(ii) ***p*** je pravdivé ve stavech *s* a *u*, ne však v *t*. Tedy $\pi(s)(\boldsymbol{p}) = \pi(u)(\boldsymbol{p}) = \mathit{true}$ a $\pi(t)(\boldsymbol{p}) = \mathit{false}$

(iii) **agent1** neumí rozlišit stav *s* od *t*, tedy

$K_1 = \{(s,s),(s,t),(t,s),(t,t),(u,u)\}$

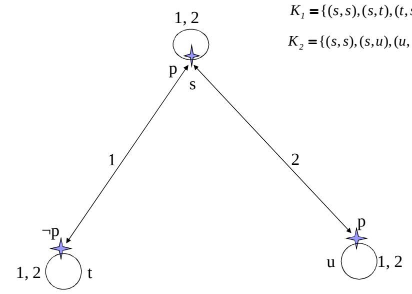
agent2 neumí rozlišit stav *s* od *u*, tedy

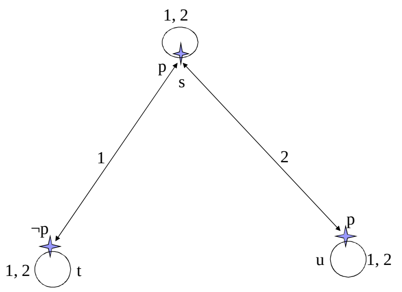
$K_2 = \{(s,s),(s,u),(u,s),(t,t),(u,u)\}$

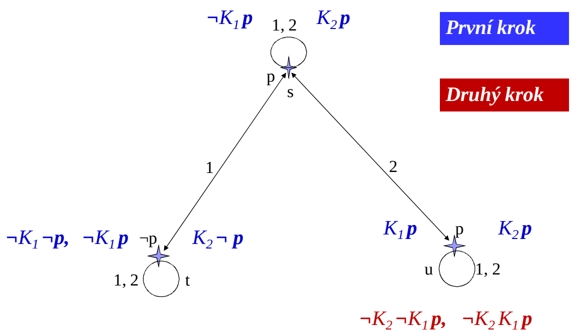
$\pi(s)(\boldsymbol{p}) = \pi(u)(\boldsymbol{p}) = \mathit{true}$ a $\pi(t)(\boldsymbol{p}) = \mathit{false}$

$K_1 = \{(s,s),(s,t),(t,s),(t,t),(u,u)\}$

$K_2 = \{(s,s),(s,u),(u,s),(t,t),(u,u)\}$







Je-li p výrok „ v Ústí nad Labem je slunný den“, potom ve stavu s je v Ústí nad Labem slunný den, ale agent1 o tom neví, protože ve stavu s považuje za možné oba stavy s a t.

Agent1 je si vědom, že s a t jsou dva různé stavy, to co chceme říci je, že agent1 nemá dostatečné informace, aby rozlišil stavy s a t.

Agent2 ve stavu s, ví že v Ústí nad Labem je slunečno, protože ve stavu s považuje za možné jen stavy s a u a v obou p platí.

Agent2 ví i ve stavu t jaký je skutečný stav, že není slunečno.

Z toho plyne, že ve stavu s **agent1** ví, že **agent2** ví , zda v Ústí nad Labem je slunný den nebo ne:

v obou stavech, které agent1 považuje za možné ve stavu s (jmenovitě je stavech s a t), agent2 zná skutečný stav věcí v obou z nich.

Tedy ačkoliv agent1 neví ve stavu s skutečnou situaci, ví že agent2 zná skutečnou situaci ve stavu s .

V kontrastu k tomu, i když agent2 ve stavu s ví, že v Ústí nad Labem je slunný den, neví , že agent1 nezná tento fakt {v jednom světě, který agent2 považuje za možný (jmenovitě u) agent1 ví, že v Ústí je slunečno, ale ve druhém možném světě agenta2, jmenovitě s agent1 tento fakt neví}.

Tato komplikovaná úvaha může být shrnuta do jediného sémantického tvrzení

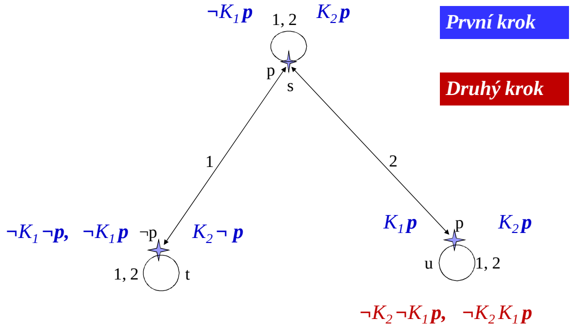
$$(M,s) \models p \wedge \neg K_1 p \wedge K_2 p \wedge K_1(K_2 p \vee K_2 \neg p) \wedge \neg K_2 \neg K_1 p$$

Protože ve stavech s a u má naše jediná prvotní formule stejné ohodnocení, zdálo by se, že je možné jeden z nich vynechat. To ale není možné!

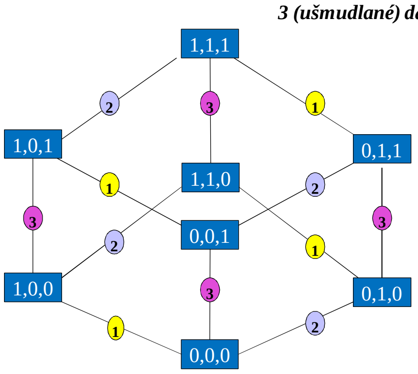
Stav není určen jen pravdivostním ohodnocením, ale také relacemi mezi možnými světy !

Kdyby agent1 považoval ve stavu s za možný stav u místo stavu t , věděl by jaká je situace ve stavu s.

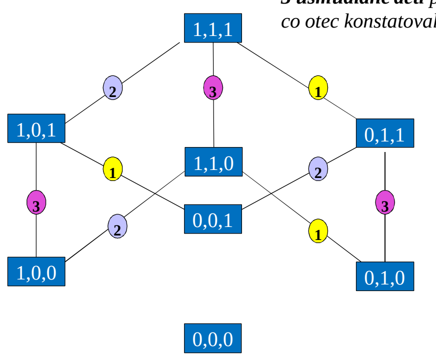
$$(M,s) \models p \wedge \neg K_1 p \wedge K_2 p \wedge K_1(K_2 p \vee K_2 \neg p) \wedge \neg K_2 \neg K_1 p$$



Kripkeho struktura pro 3 (ušmudlané) děti



Kripkeho struktura pro 3 ušmudlané děti** poté, co otec konstatoval **p



Společné (všeobecné) a distribuované znalosti

K vyjádření těchto pojmů přidáme do jazyka tři modální operátory

E_G {"*každý ve skupině G ví*"}

C_G {" *je to všeobecná znalost mezi agenty v G*"}

D_G {" *je to distribuovaná znalost mezi agenty v G*"}

pro každou neprázdnou podmnožinu G množiny [1, 2, . . . , n]. Je-li A formule, potom $E_G A, C_G A$ a $D_G A$ jsou také formule.

Příklad.

$K_3 \neg C_{[1,2]} p$ agent3 ví, že p není společná (všeobecná) znalost mezi agenty 1 a 2.

$D_G q \wedge \neg C_G q$ q je distribuovaná znalost, ale není to znalost všeobecná.

Není těžké definovat sémantiku těchto operátorů. Nejprve definujme iteraci operátoru E_G.

$$E_G^0 A \equiv A \qquad E_G^{n+1} A \equiv E_G E_G^n A$$

Definujeme

$$(M,s) \models E_G A \iff (M,s) \models K_i A \text{ pro všechna } i \in G$$

$$(M,s) \models C_G A \iff (M,s) \models E_G^k A \text{ pro všechna } 1 \le k$$

Oba pojmy mají zajímavou grafovou interpretaci: Je-li ***G*** neprázdná podmnožina agentů, říkáme, že stav ***t*** je ***G***-dosažitelný ze stavu ***s*** v $0 < k$ krocích, jestliže existuje posloupnost stavů

$$s \equiv s_0, s_1, \ldots, s_k \equiv t$$

taková, že pro každé $j, 0 \le j < k$ existuje $i \in G$ takové, že $(s_j, s_{j+1}) \in K_i$. Říkáme, že ***t*** *je* ***G-dosažitelné*** *z* ***s***, je-li ***G***-dosažitelné po konečném počtu kroků.

Lemma.

$$(i)\ (M,s) \models E_G^k A \iff (M,t) \models A \quad \text{pro každé } t, \ G-\text{dosažitelné v } k \text{ krocích z } s$$

$$(ii)\ (M,s) \models C_G A \iff (M,t) \models A \quad \text{pro každé } t, \ G-\text{dosažitelné z } s.$$

Důkaz.

(i) se dokáže indukcí podle k, (ii) plyne z (i).

Obě tvrzení lze dokázat pro libovolné relace K_i (nepředpokládá se žádná jejich speciální vlastnost).

Ve stavu s *agent1* považuje za možné oba stavy s i t, ale ne stav u. Přitom *agent2* považuje za možné stavy s a u, zatímco stav t ne.

Kdo by uměl využít znalosti obou agentů, ten by věděl, že možný je jenom stav ***s***: *agent1* má dost znalostí, aby mohl vyloučit stav u a *agent2* by ze stejného důvodu vyloučil stav t.

Obecně, kombinujeme znalosti agentů ze skupiny G, abychom vyloučili všechny světy, které některý agent považuje za nemožné.

Tomu odpovídá průnik relací K. Definujeme *distribuovanou znalost* D_G vztahem

$$(M,s) \models D_G A \iff (M,t) \models A \quad \text{pro každé } t, \ (s,t) \in \bigcap_{i \in G} K_i$$

Označme p tvrzení, že „jedno z dětí je ušmudlané“

Je-li počet ušmudlaných dětí v naší historce $k = 2$, není těžké ukázat, že každé dítě je ve stavu, v němž „ví, že p“, ale v němž neplatí, že „každý ví, že každý ví p“.

Naopak, je-li $k = 3$, tvrzení že „každý ví, že každý ví p“ platí. Ale neplatí, že „každý ví, že každý ví, že každý ví p. (3 krát)“

Označme $E^k p$ tvrzení (každý ví, že)^k platí p

$C\,p$ tvrzení, že p společná znalost

Cvičení Je-li právě k dětí ušmudalných, dříve než otec promluví, platí pro každé dítě, že je ve stavu, v němž platí $E^{k-1} p$, ale neplatí $E^k p$.

Otcovo prohlášení mění stav znalostí dětí z $E^{k-1} p$ na $C\,p$.

VZ 2009 37

Domácí úkol: Král a jeho 3 rádci

Král dal do prázdné truhly 5 klobouků stejného tvaru, z nichž 3 byly bílé a 2 černé. Všichni tři rádcové společně před králem, kam museli postupně vejít úplně zatemněnou předsíní, kde každému z nich někdo ze sloužících dal na hlavu jeden z klobouků v truhle s tím, že klobouk si v žádném případě nesmí sundat.

- “*Přijdete jen silou svého rozumu na to, jaký má kdo z Vás klobouk? Odpovídejte v pořadí, jak jste vešli do místnosti.*“ Rádci se podívali na sebe navzájem a postupně odpovídali takto:
- **Rádce1** (ten, který vešel první) řekl, že neví, jaký má klobouk.
- **Rádce2** řekl, že ani on neví, jaký má klobouk.
- **Rádce3** v tom okamžiku oznámil, že už ví, jaký má klobouk.

a) Podaří se i nám uhodnout, jaké barvy klobouků dostali jednotliví rádci?

b) Jak by se situace změnila, kdyby každý z nich musel odpovědět ihned, jakmile vyšel z temné předsíně?

VZ 2009

Pokyny pro vypracování **bodovaného** domácího úkolu:

Řešení pošlete **standardní cestou** (web předmětu) a současně také přímo na mail step@labe.felk.cvut.cz, a to **do 9:00** dne 7.5.2012

Kde je možné získat další informace?

- Ronald Fagin, Joseph Y. Halpern, Yoram Moses, Moshe Y. Vardi: Reasoning About Knowledge, MIT Pres 1995, 2003

VZ 2009