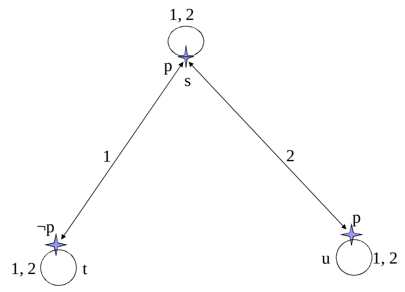
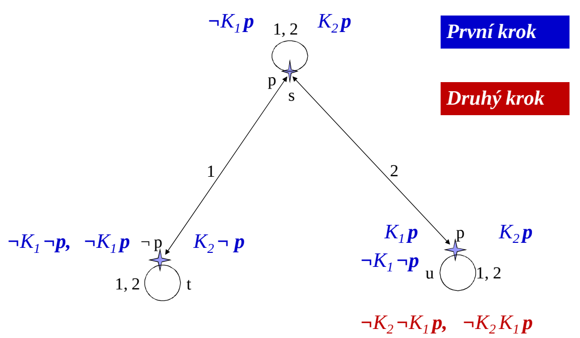
Znalosti v multi-agentních systémech

laboratory Gerstner





První krok

Druhý krok

Pozor! Formule ¬K_1 ¬*p* a ¬K_1 *p* **nevyjadřují totéž:** srovnej jejich platnost ve stavech **t** a **u.**

Příklad. Karetní hra 1

Karetní hra pro **3** hráče, jejichž sada karet obsahuje právě **4 ESA** a **4 DESÍTKY**. Každý „vidí“ jen karty svých spoluhráčů a ne ty svoje. Postupně hlásí, zda umí určit své karty - vyhrává první „znalý“!

Máme **4 ESA** a **4 DESÍTKY**, tedy každý z hráčů **1,2,3** může mít buď **DD, DE** nebo **EE.**

Kolo a)

1. Hráč3 vidí, že 1EE a 2DD.
2. Hráč1 i hráč2 ohlásili, že nemohou určit své karty
3. Může hráč3 vyhrát?

Ano, stačí zvážit všechny 3 možnosti a vyloučit ty nemožné!

Příklad – pokračování, karetní hra 1

Máme **4 ESA** a **4 DESÍTKY**, tedy každý z hráčů **1,2,3** může mít buď **DD, DE** nebo **EE.**

Φ = {1**DD,** 1**DE,** 1**EE,** 2**DD,** 2**DE,** 2**EE, …**}

S = { (DD-DD-EE), (DD-DE-DE), (DD-DE-EE), …}

π((DD-DD-EE))(2**DD** & 3**EE**) = *true*

π((DD-DD-EE))(3DD) = *false* ...

$M = (S, \pi, K_1, K_2, K_3)$

Jak se vyjádří, že agent 2 neví jaké on sám má karty?

Např. K_2 (2**DD** v 2**DE** v 2**EE**) & ¬ K_2 **DD** & ¬ K_2 **DE** & ¬ K_2 **EE**

Kolo a) **ED**

Kolo b)

1. Jste **hráč1** a vidíte, že 2DD a 3DE.
2. Hráč1, hráč2 i hráč3 v prvním kole ohlásili, že nemohou určit své karty.
3. Může hráč1 v příštím tahu vyhrát?

Kolo c)

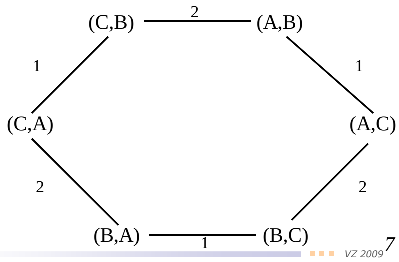
1. Jste **hráč2** a vidíte, že 1DE a 3DE.
2. Hráč1, hráč2 i hráč3 v prvním kole ohlásili, že nemohou určit své karty.
3. Hráč1 ani v dalším kole nemůže určit své karty.
4. Víte už, jaké karty držíte?

Příklad. Karetní hra 2 (hráč vidí jen své karty)

$G = \{ 1, 2 \}$ hrají dva hráči 1 a 2

c = { A, B, C } tři karty A, B, C

Každý hráč dostane jednu kartu a vidí jen tu svou …



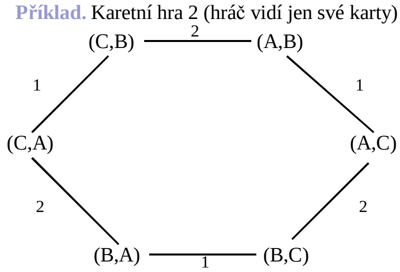
Zatím jsme se podrobněji nezabývali jazykem, který je vhodné použít v tomto příkladu. Protože nás zajímá, který agent drží kterou kartu, je vhodné za množinu prvotních výroků vzít množinu {*1A, 2A, 1B, 2B*, …}, jejíž prvky interpretujeme výroky „*agent1 drží kartu A*“, „*agent2 drží kartu A*“ atd.

Při této interpretaci prvotních výroků definujeme funkci π zřejmým způsobem.

Je-li M Kripkeho struktura popisující tuto karetní hru, potom například platí

$$(M,(A,B)) \models 1A \wedge 2B$$

Příklad. Karetní hra 2 (hráč vidí jen své karty)



$\pi((A, B))(1A) = true$ $\pi((A, B))(1B) = false$ …

$M = (S, \pi, K_1, K_2)$

$K_1 = \{[(A,B),(A,C)],[(B,A),(B,C)],[(C,B),(C,A)]\}$
$K_2 = \{[(C,A),(B,A)],[(A,B),(C,B)],[(A,C),(B,C)]\}$

Tento příklad ukazuje, že je potřebné do struktury zařadit i stavy, které agent nepovažuje za možné.

Například ve stavu *(A,B)* *agent1* ví, že stav *(B,C)* není možný. (*Agent1* velmi dobře ví, že drží v ruce kartu *A*.)

Nicméně *agent1* považuje za možné, že *agent2* považuje za možný stav *(B,C)*, musíme proto tento stav zařadit do Kripkeho struktury. To je v grafu znázorněno tím, že z uzlu *(A,B)* nevede do uzlu *(B,C)* žádná hrana ohodnocená číslem *1*.

Přitom taková hrana vede z uzlu *(A,B)* do uzlu *(A,C)*, ze kterého dále vede hrana do uzlu *(B,C)* ohodnocená číslem *2*.

Snadno se ověří

$$(M,(A,B)) \models K_1(2B \vee 2C)$$

$$(M,(B,C)) \models K_2(2C) \wedge K_2(1A \vee 1B)$$

$$(M,(A,B)) \models C_G(1A \vee 1B \vee 1C)$$

$$(M,(A,B)) \models C_G(1B \rightarrow (2A \vee 2C))$$

$$(M,(A,B)) \models D_G(1A \wedge 2B)$$

Nechť **M** = (S, π,.. K_1 , K_2 , K_3 ,..., K_n) je libovolná Kripkeho struktura a **s**∈ S libovolný její stav. Ověřte, že pro libovolné formule **A**, **B** platí

i. **(M, s)** |= (K_i **A** & K_i (**A**→**B**))→ K_i **B**
ii. **(M, s)** |= K_i **A** → **A**
iii. **(M, s)** |= K_i **A** → $K_i K_i$ **A**
iv. **(M, s)** |= ¬ K_i **A** → K_i (¬ K_i **A**)

Lemma.

$$(i)\ (M,s) \models E_G^k A \iff (M,t) \models A \quad \text{pro každé } t, \; G-\text{dosažitelné v } k \text{ krocích}$$

$$(ii)\ (M,s) \models C_G A \iff (M,t) \models A \quad \text{pro každé } t, \; G-\text{dosažitelné z } s.$$

Důkaz.

(i) se dokáže indukcí podle k, (ii) plyne z (i).

Obě tato tvrzení platí pro libovolné relace přípustnosti K_i (nemusí jít jen o ekvivalence, neboť důkaz nevyužívá žádnou speciální vlastnost relací přípustnosti).

Anna a Bob

- **A**nna a **B**ob vědí, že organizátor vybere z osudí nějaké přirozené číslo ***n***, které napíše na čelo jednomu z nich a druhému napíše číslo „sousední“, tj. buď ***n*+1** nebo ***n*-1**. **Ani A**nna ani **B**ob neznají své číslo - vidí jen to partnerovo.
- Nakreslete odpovídající Kripkeho strukturu.
- Nechť **A** má na čele napsáno **3** a **B** zase **4**. Nakreslete odpovídající Kripkeho strukturu.
- Je společnou vlastností obou hráčů, že bylo vybráno číslo menší než 100?