Příklad 1/13

Pro rostoucí spojité fukce $f(x)$, $g(x)$ platí $f(x) \in \Omega(g(x))$.
Z toho plyne, že:

a) $f(x) \in O(g(x))$

b) $f(x) \in \Theta(g(x))$

c) $g(x) \in \Theta(f(x))$

d) $g(x) \in \Omega(f(x))$

e) $g(x) \in O(f(x))$

Příklad 2/13

Pro rostoucí spojité fukce $f(x)$, $g(x)$ platí $f(x) \in O(g(x))$.
Z toho plyne, že:

a) $f(x) \in \Theta(g(x))$

b) $f(x) \in \Omega(g(x))$

c) $g(x) \in \Theta(f(x))$

d) $g(x) \in \Omega(f(x))$

e) $g(x) \in O(f(x))$

Příklad 3/13

Pokud funkce f roste asymptoticky rychleji než funkce g (tj. $f(x) \notin O(g(x))$), platí následující tvrzení:

a) jsou-li v bodě x definovány obě funkce, pak $f(x) > g(x)$

b) rozdíl $f(x) - g(x)$ je vždy kladný

c) rozdíl $f(x) - g(x)$ je kladný pro každé $x > y$,

kde y je nějaké dostatečně velké číslo

d) obě funkce f i g jsou definovány jen pro nezáporné argumenty

e) nic z předchozího

Příklad 4/13

Pokud funkce f roste asymptoticky stejně rychle jako funkce g (tj. $f(x) \in \Theta(g(x))$), platí právě jedno následující tvrzení. Které?

a) jsou-li v bodě x definovány obě funkce, pak $f(x) = g(x)$

b) ani poměr $f(x)/g(x)$ ani poměr $g(x)/f(x)$ nekonverguje k nule s rostoucím x

c) rozdíl $f(x) - g(x)$ je kladný pro každé $x > y$, kde y je nějaké dostatečně velké číslo

d) obě funkce f i g jsou definovány jen pro nezáporné argumenty

e) nic z předchozího

Příklad 5/13

Pro dvě spojité funkce f(x) a g(x) rostoucí na celém **R** platí f(x) < g(x) pro každé x $\in$ **R**. To znamená:

a) f(x) $\notin \Omega$(g(x))

b) f(x) $\notin$ O(g(x))

c) je možné, že f(x) $\in \Omega$(g(x))

d) g(x) $\notin \Theta$(f(x))

e) f(x) roste asymptoticky pomaleji než g(x)

Příklad 6/13

Pro dvě spojité funkce f(x) a g(x) rostoucí na celém **R** platí $f(x) \notin \Omega(g(x))$, $f(x) \notin \Theta(g(x))$. Tudíž:

a) $g(x) \in O(f(x))$

b) $g(x) \in \Theta(f(x))$

c) $f(x) < g(x)$ pro každé $x \in$ **R**

d) $f(x) \leq g(x)$ pro každé $x \in$ **R**

e) může existovat $y \in$ **R** takové, že $f(y) > g(y)$

Příklad 7/13

Algoritmus A probírá postupně všechny prvky v dvourozměrném poli o velikosti $n \times n$ a s každým prvkem provádí další (nám neznámou) akci, jejíž složitost je $\Theta(\log_2(n))$. Celková asymptotická složitost algoritmu A je tedy:

a) $\Theta(n \cdot \log_2(n))$

b) $\Theta(n^2)$

c) $\Theta(n^3)$

d) $\Theta(n^2+\log_2(n))$

e) $\Theta(n^2 \cdot \log_2(n))$

Příklad 8/13

Právě jeden z následujících výroků je nepravdivý. Označte jej.

a) $x \cdot \log_2(x) \in O(x^2 - x)$

b) $x \cdot \log_2(x) \in O(x^2 - \log_2(x))$

c) $x \cdot \log_2(x) \in \Omega(x^2 - \log_2(x))$

d) $x \cdot \log_2(x) \in \Omega(x + \log_2(x))$

e) $x \cdot \log_2(x) \in \Theta(x \cdot \log_2(x^2))$

Příklad 9/13

Algoritmus A provede jeden průchod polem s *n* prvky. Při zpracování prvku na pozici *k* provede *k*+*n* operací. Operační (=asymptotická) složitost algoritmu A je tedy:

a) $\Theta(k+n)$

b) $\Theta(\ (k+n)\cdot n\ )$

c) $\Theta(k^2+n)$

d) $\Theta(n^2)$

e) $\Theta(n^3)$

Příklad 10/13

V následujících vztazích doplňte na prázdná místa (........) symboly O nebo Θ nebo Ω tak, aby vznikla pravdivá tvrzení. Je-li možností více, uveďte je všechny, nehodí-li se ani jeden symbol, prázdné místo proškrtněte.

a) $x^2 \cdot 2^x \in$ ....$((\ln(x^2))^2 + 2^x)$

b) $(\ln(x^2))^2 + 2^x \in$ ....$(x^2 + \ln(x^2)\ )$

c) $2^x \cdot (\ln(x))^{-1} \notin$ ....$(2^x \cdot (\ln(x^2))^{-1})$

Příklad 11/13

V následujících vztazích doplňte na prázdná místa (........) symboly O nebo Θ nebo Ω tak, aby vznikla pravdivá tvrzení. Je-li možností více, uveďte je všechny, nehodí-li se ani jeden symbol, prázdné místo proškrtněte.

a) $x^2 \cdot \ln(x^2) \in$ ....$(x^2 + \ln(x))$

b) $x^3 + \ln(x^2) \in$ ....$(x^3 + 2^x)$

c) $x^3 \cdot \ln(x^2) \notin$ ....$(\ln(x^2) + 2^x)$

Příklad 12/13

Uveďte příklad tří rostoucích funkcí reálné proměnné $f(x)$, $g(x)$ a $h(x)$, pro které současně platí všechny tři následující vztahy:

$$f(x) \notin O(g(x)),\quad g(x) \notin \Theta(h(x)),\quad h(x) \notin \Omega(f(x))$$

Pokud taková trojice funkcí nemůže existovat, napište krátké zdůvodnění, proč.

Příklad 13/13

Uveďte příklad tří rostoucích funkcí reálné proměnné f(x), g(x) a h(x), pro které současně platí všechny tři následující vztahy:

$$f(x) \notin O(g(x)),\ \ g(x) \notin \Omega(h(x)),\ \ h(x) \notin \Theta(f(x))$$

Pokud taková trojice funkcí nemůže existovat, napište krátké zdůvodnění, proč.