ALG 08

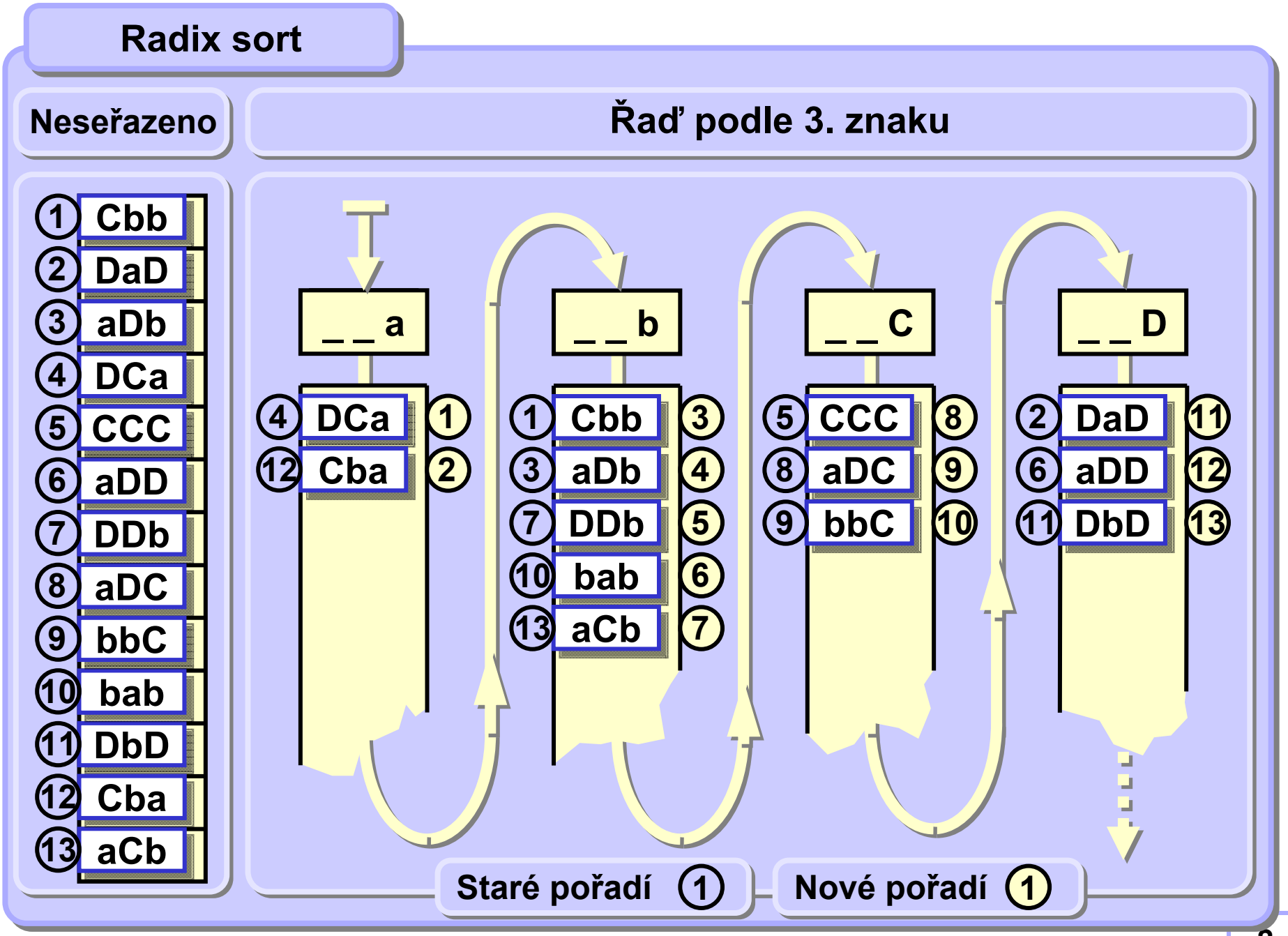
Radix sort (přihrádkové řazení)

Counting sort

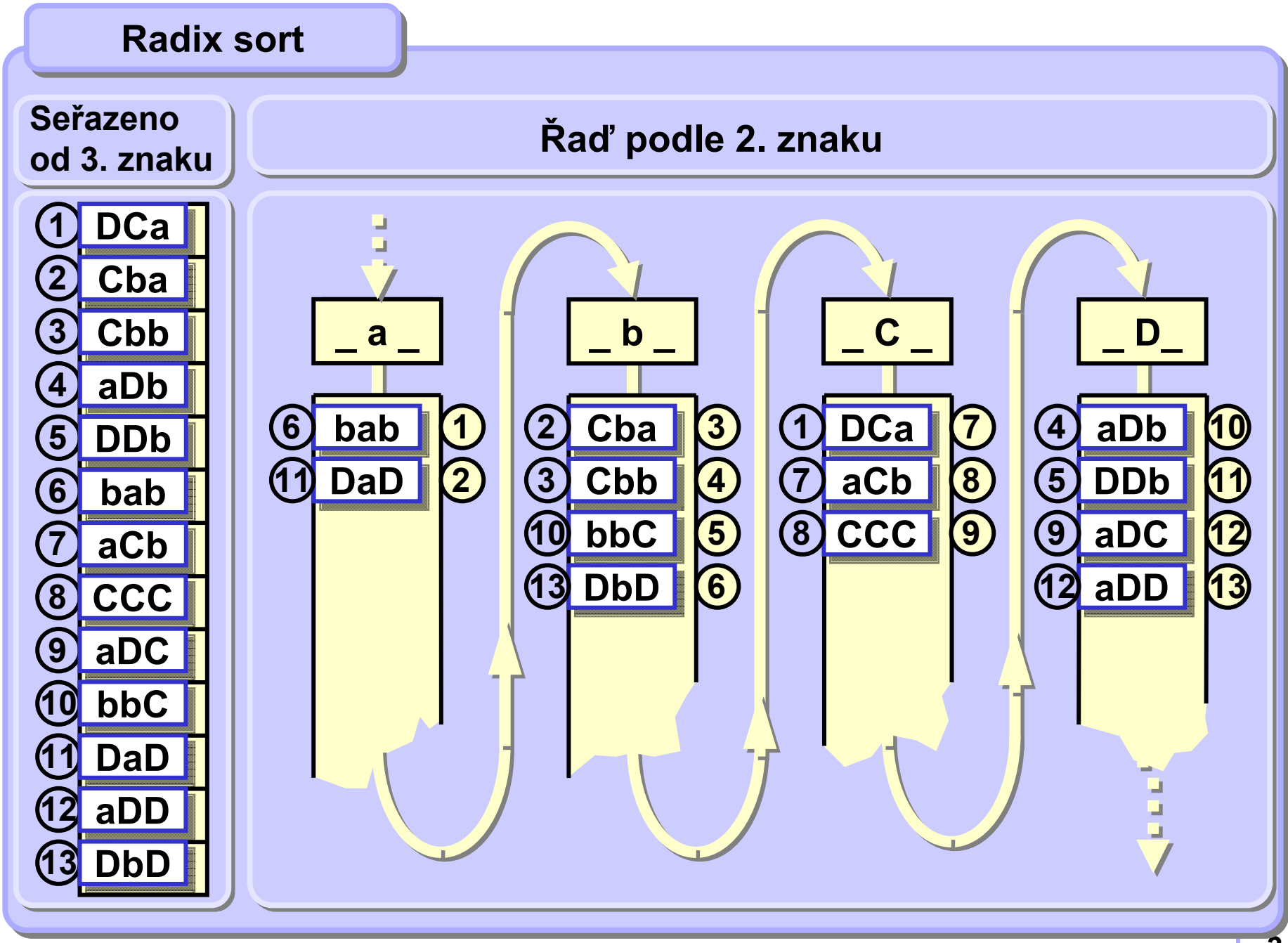
Přehled asymptotických rychlostí jednotlivých řazení

Ilustrační experiment řazení

Radix sort


Neseřazeno
Řaď podle 3. znaku
1 Cbb
2 DaD
3 aDb
4 DCa
5 CCC
6 aDD
7 DDb
8 aDC
9 bbC
10 bab
11 DbD
12 Cba
13 aCb
_ _ a
_ _ b
_ _ C
_ _ D
4 DCa 1
12 Cba 2
1 Cbb 3
3 aDb 4
7 DDb 5
10 bab 6
13 aCb 7
5 CCC 8
8 aDC 9
9 bbC 10
2 DaD 11
6 aDD 12
11 DbD 13
Staré pořadí 1
Nové pořadí 1

Radix sort

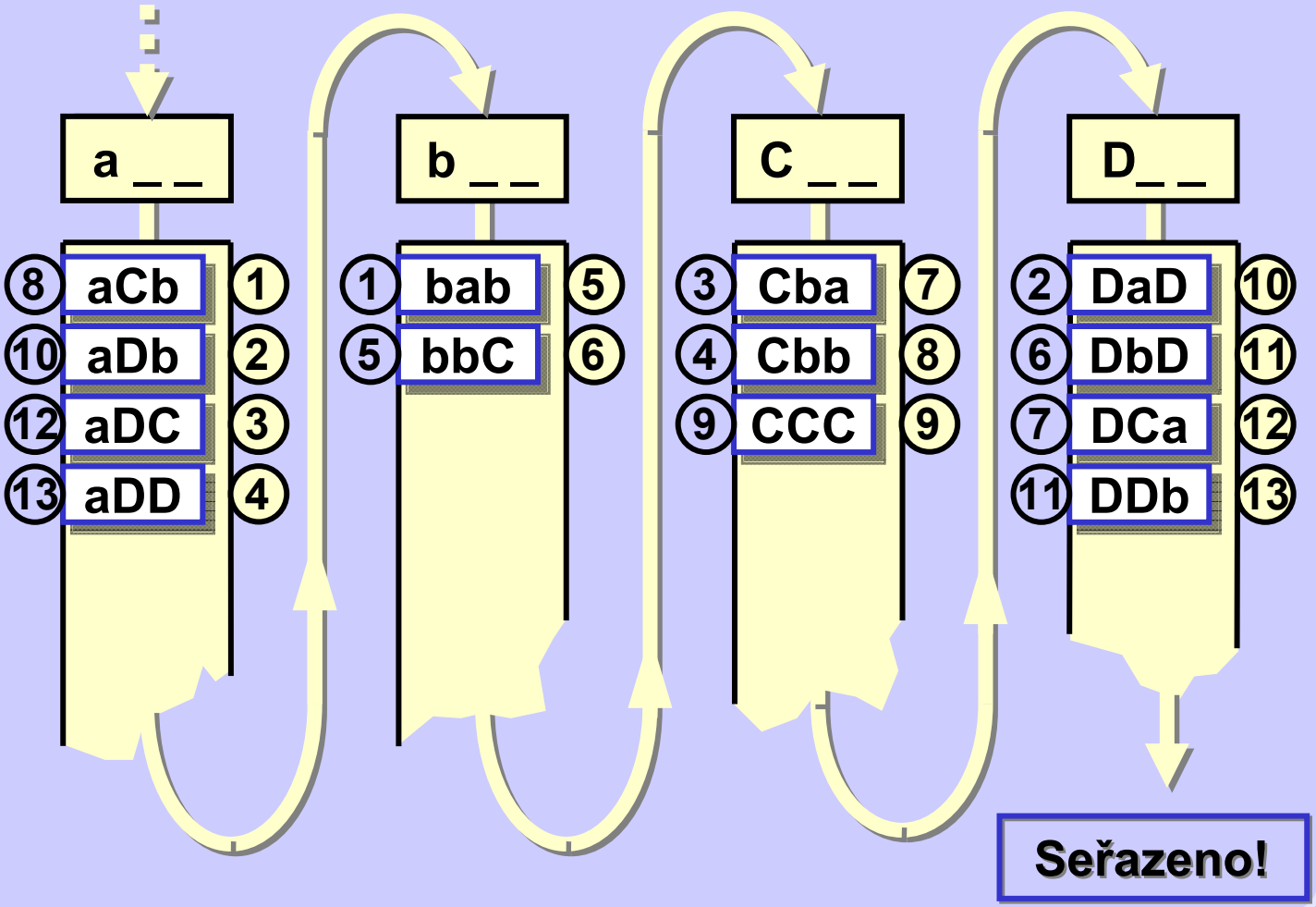

Seřazeno od 3. znaku
1 DCa
2 Cba
3 Cbb
4 aDb
5 DDb
6 bab
7 aCb
8 CCC
9 aDC
10 bbC
11 DaD
12 aDD
13 DbD
Řaď podle 2. znaku
_ a _
6 bab 1
11 DaD 2
_ b _
2 Cba 3
3 Cbb 4
10 bbC 5
13 DbD 6
_ C _
1 DCa 7
7 aCb 8
8 CCC 9
_ D _
4 aDb 10
5 DDb 11
9 aDC 12
12 aDD 13

Radix sort

Seřazeno od 2. znaku

1	bab
2	DaD
3	Cba
4	Cbb
5	bbC
6	DbD
7	DCa
8	aCb
9	CCC
10	aDb
11	DDb
12	aDC
13	aDD

Řaď podle 1. znaku

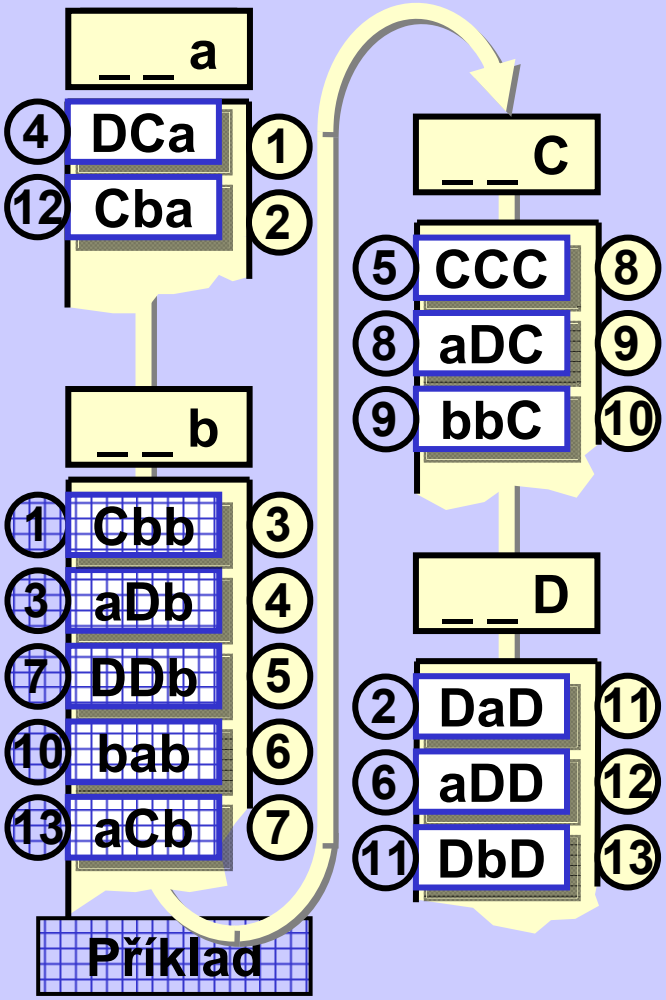


Implementace radix sortu

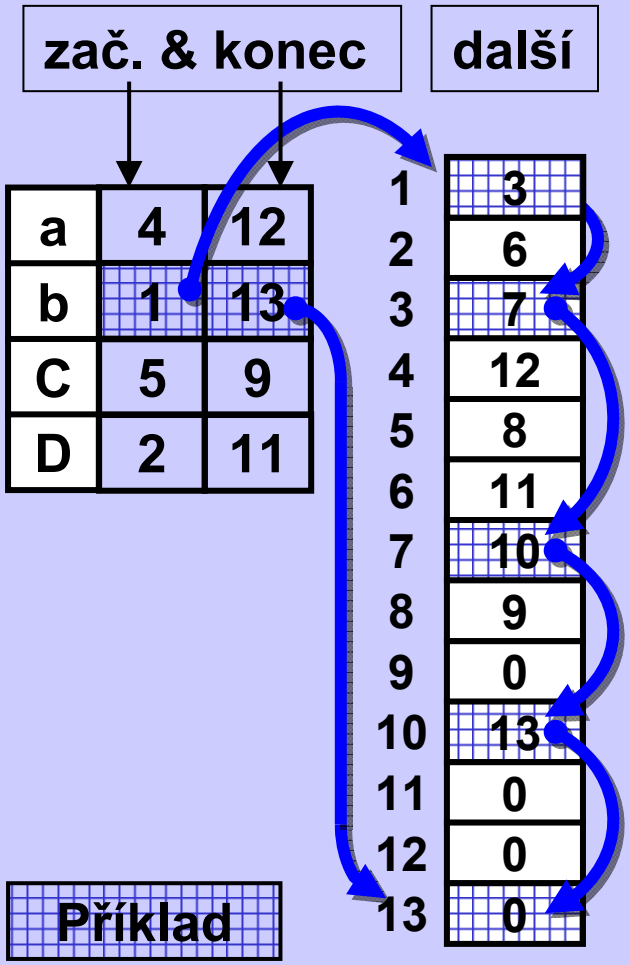
Neseřazeno

1	Cbb
2	DaD
3	aDb
4	DCa
5	CCC
6	aDD
7	DDb
8	aDC
9	bbC
10	bab
11	DbD
12	Cba
13	aCb

Seřazeno dle 3. znaku



Pomocná pole indexů registrují nové pořadí.



Implementace radix sortu

Neseřazeno

Jedno pole pro všechny seznamy

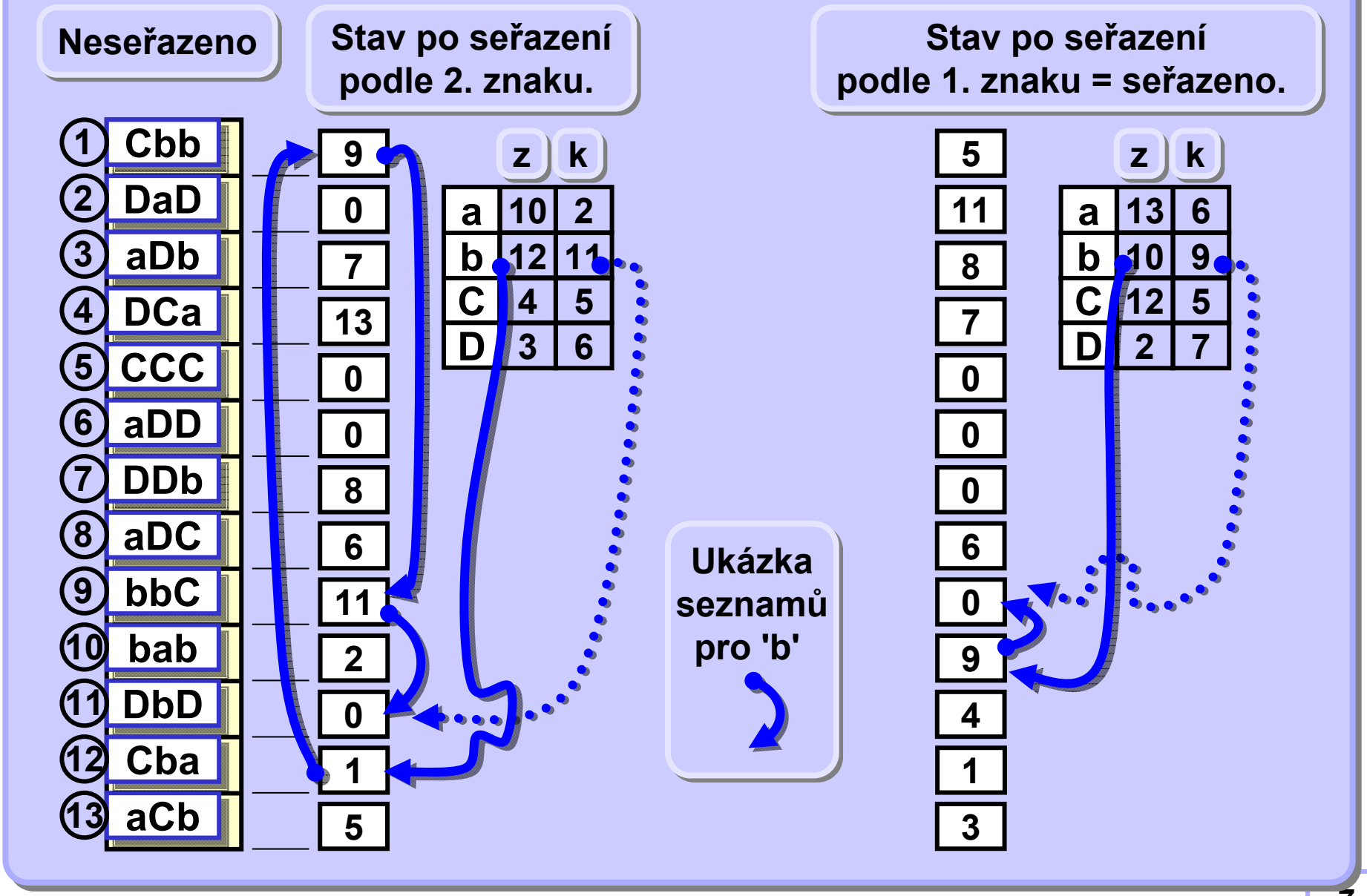
Pole ukazatelů na začátek a konec seznamu pro každý znak

Obě pole přesně registrují stav po seřazení podle 3. znaku.

Ukázka seznamu pro 'b'

Radix sort lze provést bez přesouvání původních dat, pouze manipulací s uvedenými celočíselnými poli, která obsahují veškerou informaci o aktuálním stavu řazení.

Implementace radix sortu



Implementace radix sortu

Neseřazeno

1	Cbb
2	DaD
3	aDb
4	DCa
5	CCC
6	aDD
7	DDb
8	aDC
9	bbC
10	bab
11	DbD
12	Cba
13	aCb

Stav po seřazení podle 1. znaku = seřazeno.

5	
11	
8	
7	
0	
0	
0	
6	
0	
9	
4	
1	
3	

Stačí vypsat data v pořadí daném seznamy:

a → b → C → D →

	z	k
a	13	6
b	10	9
C	12	5
D	2	7

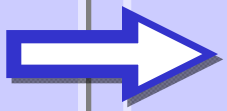
13	aCb
3	aDb
8	aDC
6	aDD
10	bab
9	bbC
12	Cba
1	Cbb
5	CCC
2	DaD
11	DbD
4	DCa
7	DDb

Od seřazení podle 2. znaku k seřazení podle 1. znaku

Pole obsahují uspořádání podle 2. znaku.

	z	k
a	10	2
b	12	11
C	4	5
D	3	6

		d	
1	Cbb	9	4
2	DaD	0	2
3	aDb	7	10
4	DCa	13	7
5	CCC	0	9
6	aDD	0	13
7	DDb	8	11
8	aDC	6	12
9	bbC	11	5
10	bab	2	1
11	DbD	0	6
12	Cba	1	3
13	aCb	5	8



	z1	k1
a	0	0
b	0	0
C	0	0
D	0	0

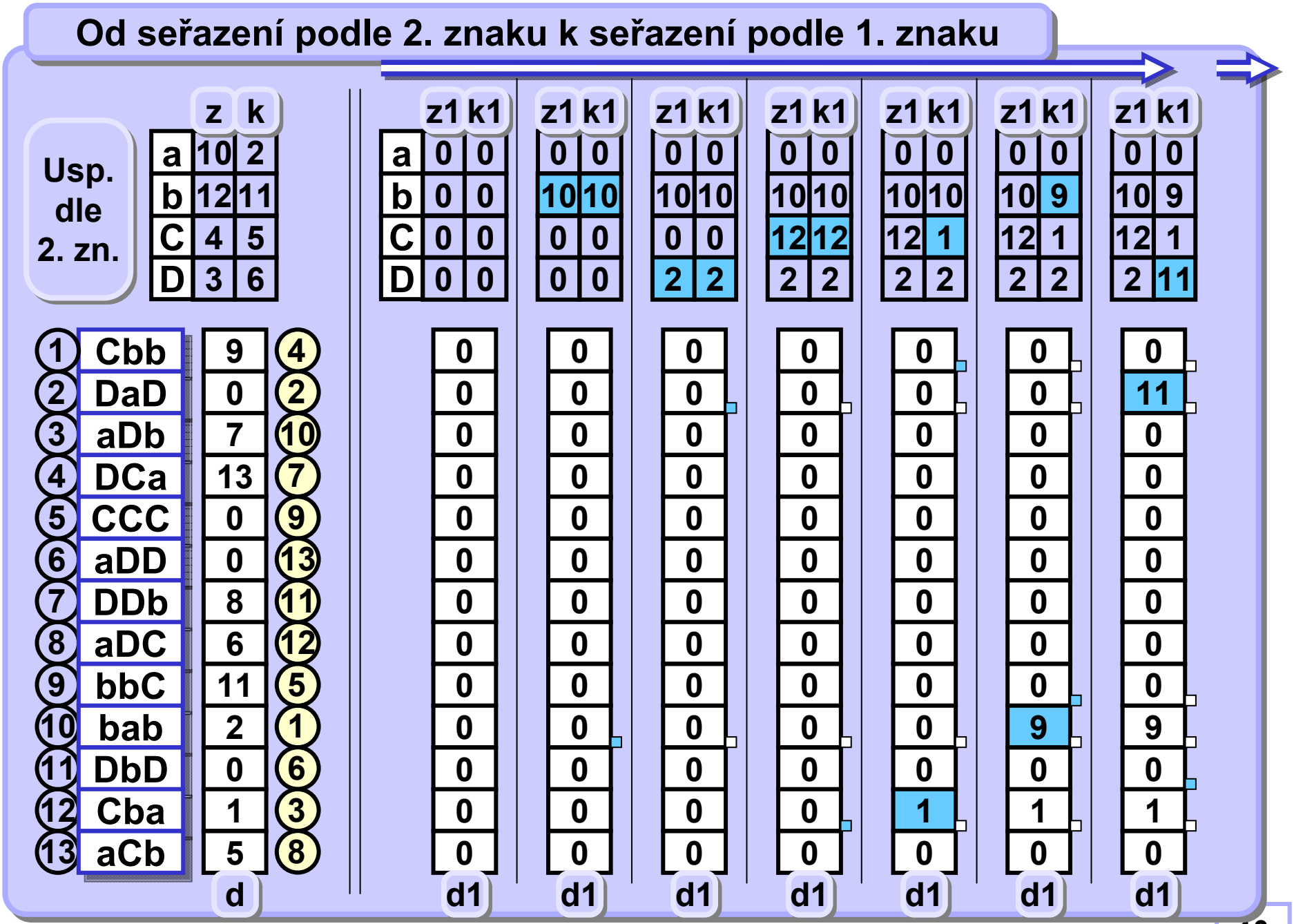
d1
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0

Pole budou obsahovat uspořádání podle 1. znaku

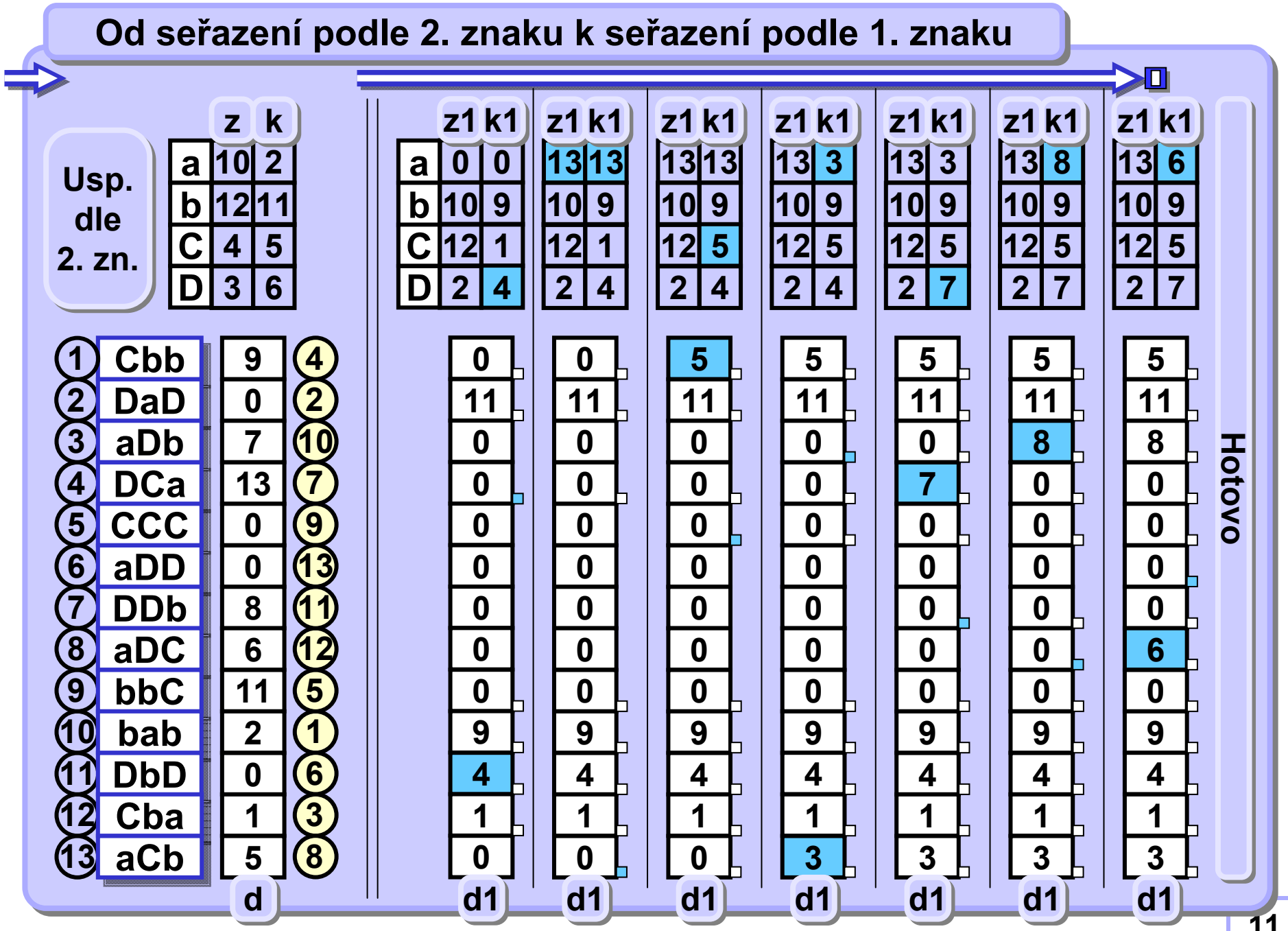
Aktualizace polí z, k, d proběhne tak, že naplníme nová pole z1, k1, d1, která nakonec zkopírujeme zpět do z, k, d.

Implementačně ovšem není třeba cokoli kopírovat, stačí záměna referencí (ukazatelů, pointerů) na tato pole.

Od seřazení podle 2. znaku k seřazení podle 1. znaku



Od seřazení podle 2. znaku k seřazení podle 1. znaku



Implementace radix sortu

```
void radix_sort (String [] a) {
  int len = ...;            // number of chars used (2^16?)
  int [] z = new int [len];
  int [] k = new int [len];
  int [] z1 = new int [len];
  int [] k1 = new int [len];
  int [] d = new int [a.length];
  int [] d1 = new int [a.length];
  int [] aux;

  initStep(a, z, k, d);          // 1st pass with last char

  for (int p = a[0].length()-2; p >= 0; p-- ) {
     radixStep(a, p, z, k, d, z1, k1, d1); // do the job
     aux = z; z = z1; z1 = aux;       // just swap arrays
     aux = k; k = k1; k1 = aux;       // dtto
     aux = d; d = d1; d1 = aux;       // dtto
  }
   output(a, z, k, d);              // print sorted array
}
```

Implementace radix sortu

```
void initStep (String[] a, int[] z, int ] k, int[] d){
  int pos = a[0].length()-1;          // last char in string
  int c;                 // char as array index for Radix sort
  for (int i = 0; i < z.length; i++)      // init arrays
    z[i] = k[i] = -1; // empty
  for (int i = 0; i < a.length; i++) {    // all last chars
    c = (int) a[i].charAt(pos);           // char to index
    if (z[c] == -1)
      k[c]= z[c] = i;                     // start new list
    else {
      d[k[c]] = i;                  // extend existing list
      k[c] = i;
} } }
```

Řetězce různé délky nutno uvést na stejnou délku připojením "nevýznamných znaků", např. mezer.

V ukázkovém kódu všechny indexy polí začínají 0, v obrázcích začínají 1.

Implementace radix sortu

```
void radixStep(String[]a, int pos, int[] z, int[] k,
                  int[] d, int[] z1, int[] k1, int[] d1){
  int j;          // index traverses old lists
  int c;          // char as array index for Radix sort
  for (int i = 0; i < z.length; i++)  // init arrays
       z1[i] = k1[i] = -1;            //
  for (int i = 0; i < z.length; i++)  // all used chars
    if (z[i] != -1) {                 // unempty list
      j = z[i];
      while (true) {                  // scan the list
        c = (int) a[j].charAt(pos);   // char to index
        if (z1[c] == -1)
          k1[c]= z1[c] = j;           // start new list
        else {
          d1[k1[c]] = j;           // extend existing list
          k1[c2] = j;
        }
        if (j == k[i]) break;
        j = d[j];                     // next string index
}   } }
```

Radix sort

Shrnutí

d znaků ..... d cyklů

cyklus ..... $\Theta(n)$ operací

---

celkem ..... $\Theta(d \cdot n)$ operací

$d << n \Rightarrow$ ..... $\Theta(n)$ operací

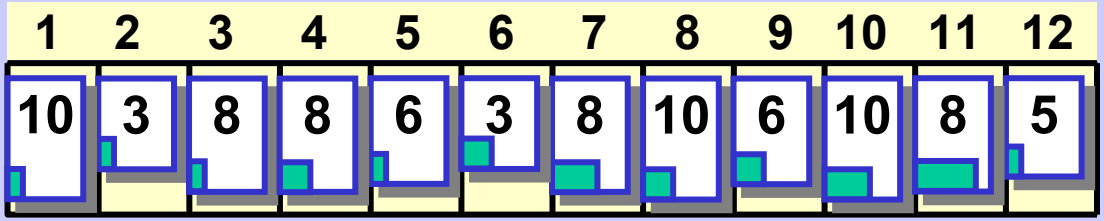
Přihrádkové řazení nemění pořadí stejných hodnot

Asymptotická složitost Radix sortu je $\Theta(n)$

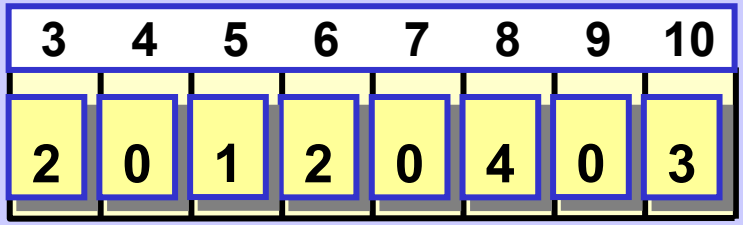
Je to stabilní řazení

Counting sort

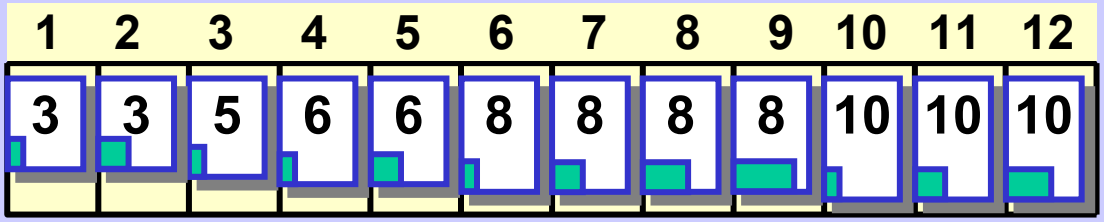
vstup
vstup.length == N



cetnost
cetnost.length == k
k = max(vstup) - min(vstup) + 1



vystup
vstup.length == N



Counting sort

Krok 1

Vynulování pole četností

3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0

Jeden průchod vstupním polem

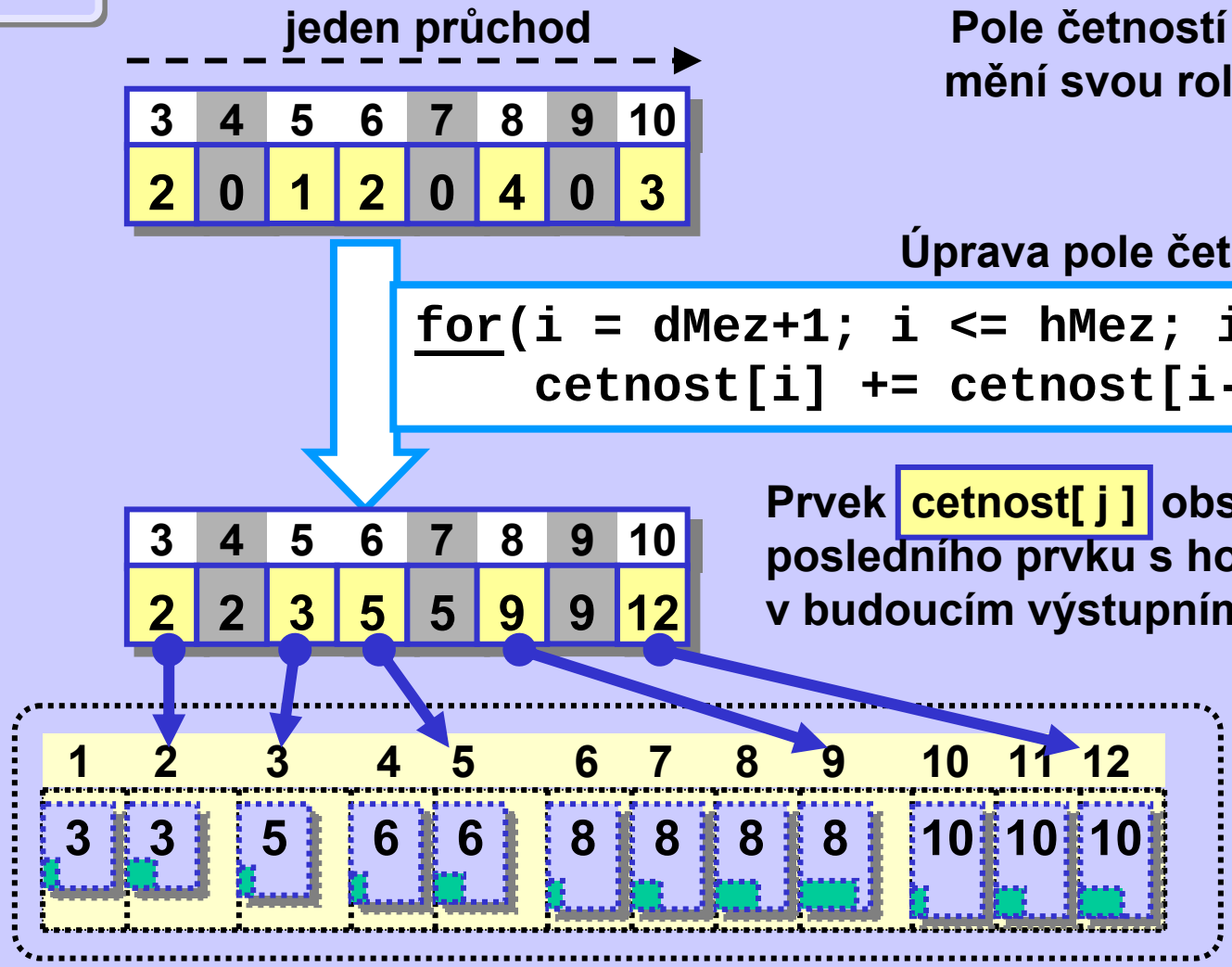
10	3	8	8	6	3	8	10	6	10	8	5

Naplnění pole četností

3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	1	2	0	4	0	3

Counting sort

Krok 2

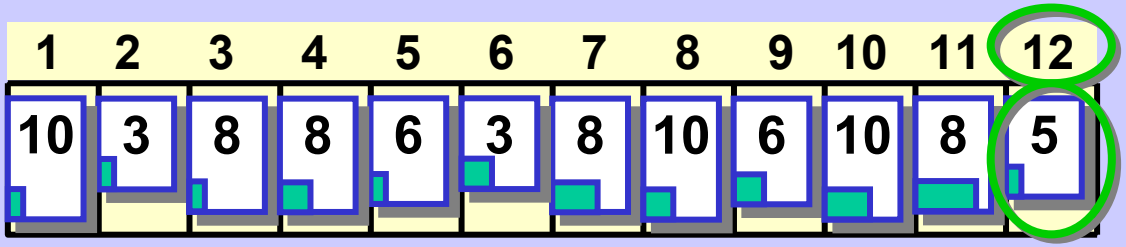


Counting sort

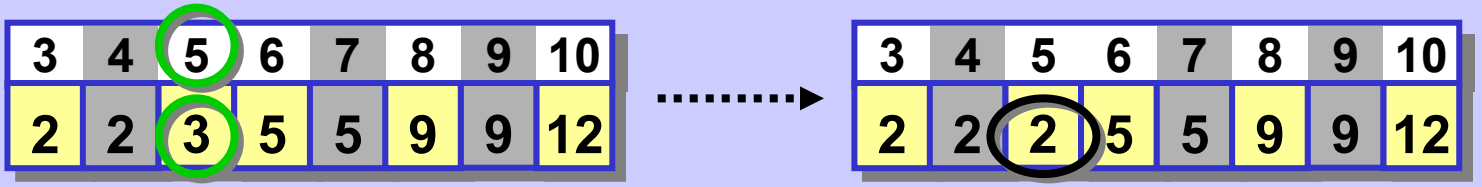
Krok 3

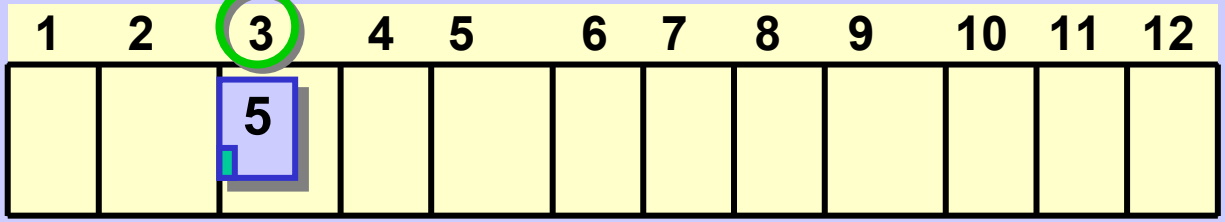
i == N

```
for(i = N; i > 0; i--) {
  vystup[cetnost[vstup[i]] = vstup[i];
  cetnost[vstup[i]]--;
}
```



i == 12



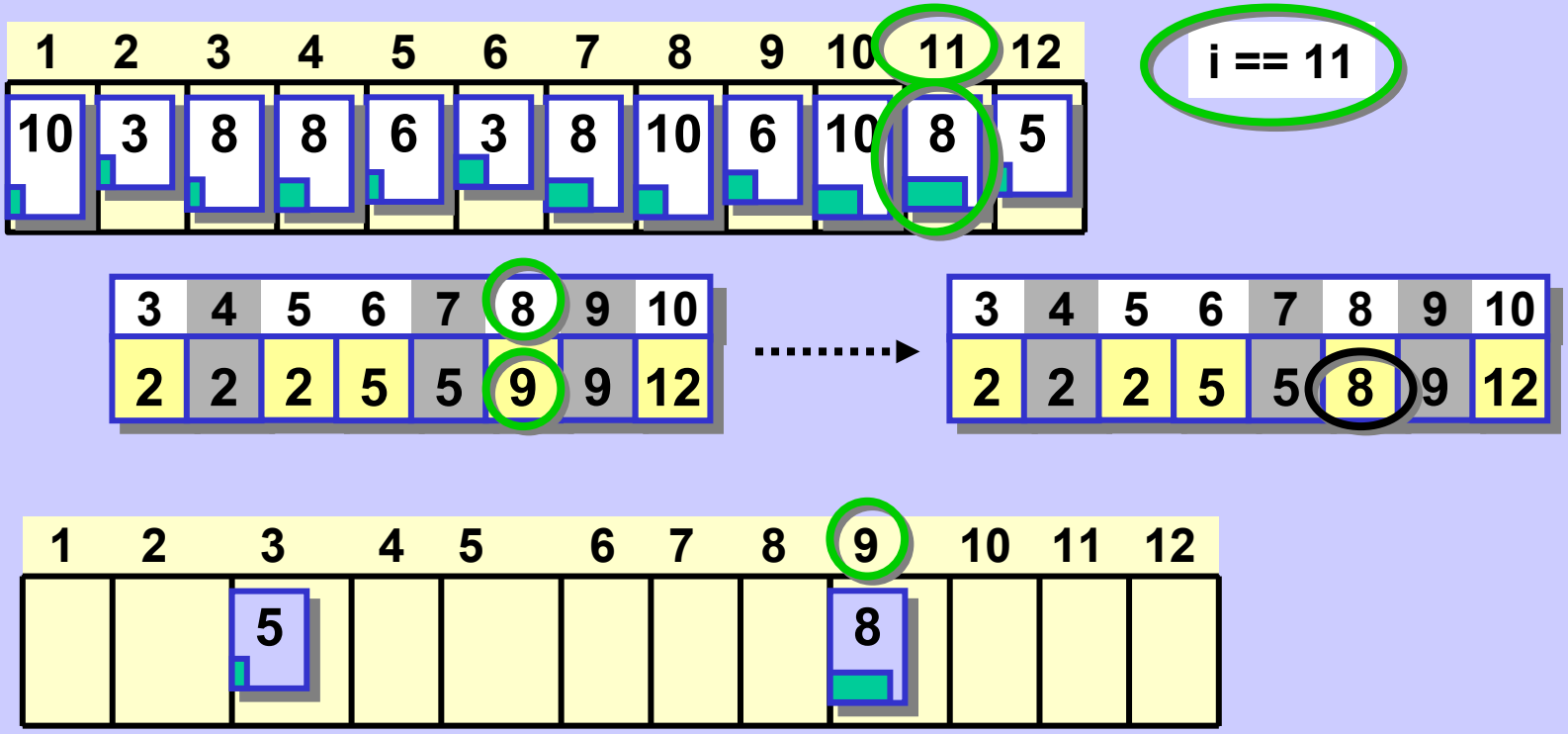


Counting sort

Krok 3

i == N-1

```
for(i = N; i > 0; i--) {
  vystup[cetnost[vstup[i]] = vstup[i];
  cetnost[vstup[i]]--;
}
```

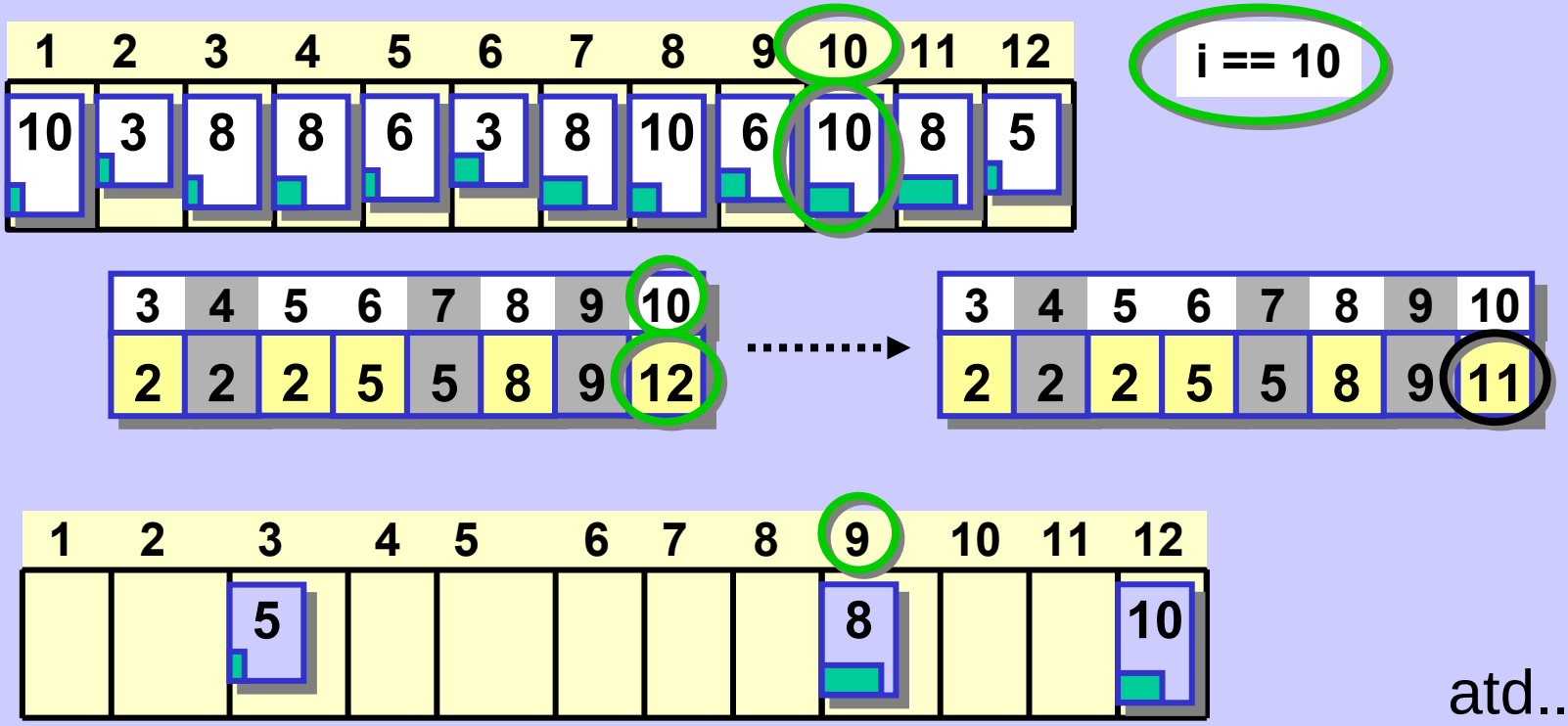


Counting sort

Krok 3

i == N-2

```
for(i = N; i > 0; i--) {
  vystup[cetnost[vstup[i]] = vstup[i];
  cetnost[vstup[i]]--;
}
```

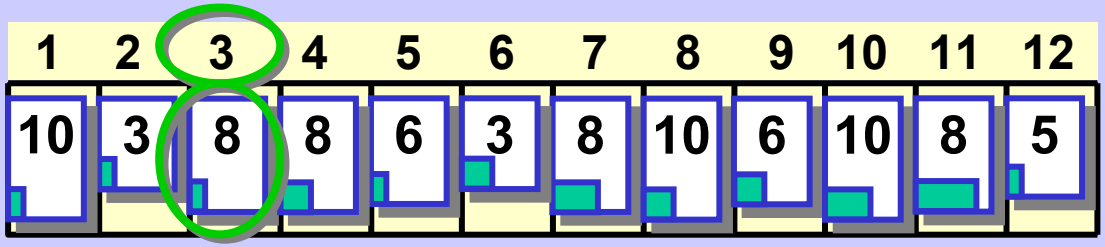


Counting sort

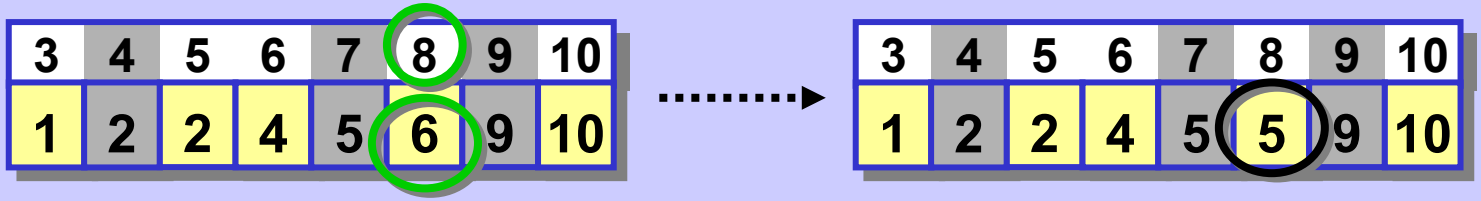
Krok 3

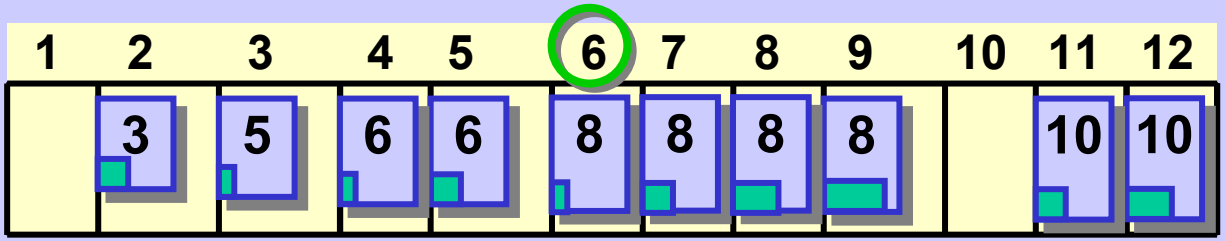
i == 3

```
for(i = N; i > 0; i--) {
  vystup[cetnost[vstup[i]] = vstup[i];
  cetnost[vstup[i]]--;
}
```



i == 3





atd...

Orientační přehled řazení

Velikost pole n	Nejhorší případ	Nejlepší případ	Průměrný, "očekávatelný" případ	Stabilní
Selection sort	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	Ne
Insertion sort	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n^2)$	Ano
Bubble sort *)	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	Ano
Quick sort	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n \cdot \log(n))$	$\Theta(n \cdot \log(n))$	Ne **)
Merge sort	$\Theta(n \cdot \log(n))$	$\Theta(n \cdot \log(n))$	$\Theta(n \cdot \log(n))$	Ano
Heap sort	$\Theta(n \cdot \log(n))$	$\Theta(n \cdot \log(n))$	$\Theta(n \cdot \log(n))$	Ne
Radix sort	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	Ano
Counting sort	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	Ano

*) Nedoporučeno k používání

**) Ve stabilní verzi je pomalejší

Ilustrační experiment řazení

Prostředí

Intel(R) 1.8 GHz, Microsoft Windows XP SP3, jdk 1.6.0_16.

Organizace

Použita řazení, v nichž se prvky navzájem porovnávají.
Řazení v jednotlivých velikostech prováděna na stejných datech.
Pole náhodně zamíchána generátorem pseudonáhodných čísel s rovnoměrným rozložením.
Výsledky průměrovány přes větší počet běhů.

Závěr

Neexistuje jedno univerzální řazení, které by bylo optimální za všech okolností.
Hraje roli stabilita, velikost dat i stupeň předběžného seřazení dat.

Ilustrační experiment řazení

Délka pole	% seř.	Doba běhu v milisekundách, není-li uvedeno jinak					
		Sort					
		Select	Insert	Bubble	Quick	Merge	Heap
10	0%	0.0005	0.0002	0.0005	0.0004	0.0009	0.0005
10	90%	0.0004	0.0001	0.0004	0.0004	0.0007	0.0005
100	0%	0.028	0.016	0.043	0.081	0.014	0.011
100	90%	0.026	0.003	0.030	0.010	0.011	0.011
1 000	0%	2.36	1.30	4.45	0.12	0.19	0.17
1 000	90%	2.31	0.18	2.86	0.16	0.15	0.16
10 000	0%	228	130	450	1.57	2.40	2.31
10 000	90%	229	17.5	285	1.93	1.68	2.11
100 000	0%	22 900	12 800	45 000	18.7	31.4	31.4
100 000	90%	22 900	1 760	28 500	27.4	24.6	25.5
1 000 000	0%	38 min	22 min	75 min	237	385	570
1 000 000	90%	38 min	2.9 min	47.5 min	336	301	381

Seřazená část pole. Pole je nejprve seřazeno,
pak náhodně vybrané prvky změní libovolně hodnotu.

Ilustrační experiment řazení

Délka pole	% seř.	Koeficient zpomalení vůči Quick sortu pro danou velikost dat a předběžné seřazení					
		Sort					
		Select	Insert ★	Bubble ★	Quick	Merge ★	Heap
10	0%	1.3	0.7	1.4	1	2.5	1.4
10	90%	1	0.26	0.96	1	1.8	1.3
100	0%	3.4	1.8	5.4	1	1.75	1.35
100	90%	2.46	0.28	2.9	1	1.07	1.07
1 000	0%	20	11	37.5	1	1.65	1.4
1 000	90%	15	1.2	18.5	1	0.95	1.03
10 000	0%	146	83	287	1	1.53	1.48
10 000	90%	118	9.1	148	1	0.87	1.09
100 000	0%	1 220	686	2 410	1	1.7	1.7
100 000	90%	837	64.1	1 040	1	0.9	0.93
1 000 000	0%	9 960	5 400	19 000	1	1.6	2.41
1 000 000	90%	6 820	521	8 480	1	0.9	1.14

Nejrychlejší | Nejpomalejší | Stabilní ★

Select a Bubble sorty nesoutěží.

Ilustrační experiment řazení

Délka pole	% seř.	Koeficient zpomalení při srovnání neseřazeného a částečně seřazeného pole					
		Sort					
		Select	Insert ★	Bubble ★	Quick	Merge ★	Heap
10	0%	1	1	1	1	1	1
10	90%	0.8	0.5	0.8	1	0.8	1
100	0%	1	1	1	1	1	1
100	90%	0.9	0.2	0.68	1.27	0.78	1
1 000	0%	1	1	1	1	1	1
1 000	90%	0.98	0.14	0.64	1.31	0.75	0.95
10 000	0%	1	1	1	1	1	1
10 000	90%	1.0	0.14	0.63	1.23	0.7	0.91
100 000	0%	1	1	1	1	1	1
100 000	90%	1.0	0.14	0.63	1.46	0.78	0.81
1 000 000	0%	1	1	1	1	1	1
1 000 000	90%	1.0	0.14	0.63	1.42	0.78	0.67

Stabilní ★