\* 1. Do nejprve prázdného stromu splay tree vkládejte postupně klíče 2, 7, 1, 4, 3, 9, 5, 6. Nakreslete strom po každém vložení.

\* 2. Splay tree obsahuje 2*n* −1 klíčů s hodnotou 1, 2, 3, ..., 2*n* −1 a je ideálně vyvážený, to jest má hloubku *n*−1 . Po vyhledání prvku s klíčem 1 se tento prvek přesune do kořene stromu. Jakou hloubku bude mít výsledný strom? Řešte zvlášť pro sudé a liché *n*.

Červenočerný strom má řadu vlastností, které je nutno si pamatovat, odvozují se špatně. Citujeme:

*1. Every node is either red or black*

*2. Every leaf (nil) is black*

*3. If a node is red, then both its children are black*

*4. Every simple path from a node to a descendant leaf contains the same number of black nodes*

*5. Root is black*

\* 3. Navrhněte červenočerné obarvení daných stromů tak, aby vznikl korektní červenočerný strom. Prázdné (nil) listy nejsou zobrazeny.



A. B. C.

\* 4. RB-strom má černou výšku rovnou 11. Černá výška je určena jako počet černých uzlů na cestě z kořene do kteréhokoli listu (obsahujícího klíč) zmenšený o 1. Určete, jaký je v tomto stromu maximální možný počet A) černých uzlů, B) červených uzlů, C) všech uzlů.

\* 5. RB-strom obsahuje 15 klíčů, jeho černá hloubka je 2, tj. obsahuje 10 červených uzlů. Hodnoty klíčů

jsou 1, 2, 3, ..., 7, 8, 21, 22, ..., 26, 27. Do stromu postupně vložíme další klíče s hodnotou 11, 12, 13. Nakreslete původní strom a dále strom po každém vložení.

\* 6. Dva prázdné B- stromy řádu 1 jsou izomorfní. Neprázdný B- strom B1 řádu 1 s kořenem K1 je izomorfní s neprázdným B-stromem B2 řádu 1 s kořenem K2 právě tehdy, když zároveň platí 1. a 2.:

1. K1 obsahuje stejný počet klíčů jako K2

2. Levý podstrom K1 je izomorfní s levým podstromem K2, pravý podstrom K1 je izomorfní s pravým podstromem K2 a prostřední podstrom K1, pokud existuje, je izomorfní s prostředním podstromem K2.

Určete počet navzájem neizomorfních B-stromů řádu 1 s A) 0, B) 1, C) 3, D) 4, E) 7 uzly.

7. Formulujte rekurentní postup, jímž lze obecně určit počet navzájem neizomorfních B-stromů řádu 1, použijte definici izomorfizmu z předchozí úlohy.

8. Rozhodněte, zda existuje příklad regulárního (každý vnitřní uzel má dva potomky) binárního stromu který nelze obarvit podle pravidel RB-stromu. Příklad buď uveďte nebo zdůvodněte jeho nemožnost.

9. Vybudujte B+ strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče

32, 18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15, 57, 51, 17, 16, 26, 42, 21, 43, 12.

Dále tento strom zrušte, a to tak, že jednotlivé klíče klíče odstraníte v pořadí

23, 31, 26, 15, 24, 42, 17, 36, 20, 43, 16, 32, 18, 59, 21, 51, 60, 12, 58, 57.

Nakreslete strom po každé operaci Insert a Delete.

10. B+ strom je řádu 5 (uzel mimo kořen může mít min 5 a max 10 klíčů) a máme do něj umístit 1 000 000 klíčů. Jaký je maximální a minimální možný počet uzlů tohoto stromu? Jaká je maximální a minimální možná hloubka tohoto stromu?