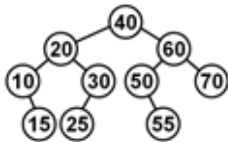


PAL cv. 11

December 8, 2021

11/1. Na obrázku je uveden BVS, který v průběhu práce vyvažujeme (AVL strom). Ten nyní upravíme tak, že z něj odstraníme operací Delete uzly s klíči 50, 30, 25 v tomto pořadí. Rozhodněte, zda a jaká rotace bude během této úpravy použita:



11/4. Nakreslete AVL strom s 8 číselnými klíči tak, aby po vložení klíče s hodnotou 19 bylo nutno provést

- a) LR rotaci v kořeni,
- b) LR rotaci v uzlu, který není kořenem.

11/5. Uvedený kód se snaží implementovat levou rotaci v AVL stromu v uzlu `node`. Vysvětlete, jak je nutno jej doplnit nebo změnit, aby mohl být skutečně použit.

```
Node leftRotation( Node node ) {  
    if( node == null ) return node;  
    Node p1 = node.right;  
    if( p1 == null) return node;  
    node.right = p1.left;  
    p1.left = node;  
    return p1;  
}
```

11/7. Z neprázdného AVL stromu nejprve odstraníme klíč x operací Delete a vzápětí jej do stromu vložíme operací Insert. Porovnáváme tvar stromu před oběma operacemi a po jejich provedení a chceme vědět, jestli je shodný nebo jestli se liší nebo zda to závisí na konkrétním tvaru stromu a/nebo hodnotě klíče x . Zdůvodněte svou odpověď.

11/10. Do prázdného splay stromu vložte postupně klíče 2, 7, 1, 4, 3, 9, 5, 6. Nakreslete strom po každém vložení.

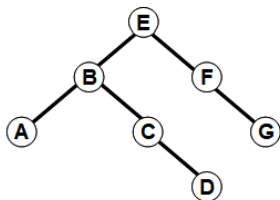
11/11. Splay strom byl původně prázdný, pak do něj byly vloženy klíče 1, 2, 3, ..., 10 v tomto pořadí. Poté byly odstraněny klíče 1, 2, 3 v tomto pořadí. Nakreslete výsledný strom. Předpokládejte, že při mazání je použita funkce findMaxKey aplikovaná na levý podstrom kořene a že tato funkce také přesouvá nalezený maximální prvek do kořene stromu, na nějž byla aplikována.

11/12. Splay strom obsahuje N klíčů, dva z nich jsou x a y (navzájem různé). Se stromem byla provedena posloupnost operací $(\text{Find}(x), \text{Find}(y), \text{Find}(x), \text{Find}(y), \dots, \text{Find}(x), \text{Find}(y))$, jichž bylo celkem $2N$. Jaký byl průměrný počet navštívených uzlů během jedné operace Find ? Určete co nejpřesnější dolní a horní odhad tohoto průměru.

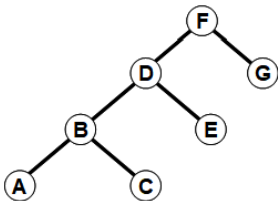
11/13. Splay tree obsahuje $2^n - 1$ klíčů s hodnotou $1, 2, 3, \dots, 2^n - 1$ a je ideálně vyvážený, to jest má hloubku $n - 1$. Po vyhledání uzlu s klíčem 1 se tento uzel stane kořenem stromu. Jakou hloubku bude mít výsledný strom? Řešte zvlášť pro sudé a liché n .

11/*3. Navrhněte červenočerné obarvení daných stromů tak, aby vznikl korektní červenočerný strom. Prázdné (nil) listy nejsou zobrazeny.

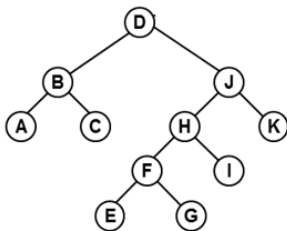
A.



B.



C.



11/*4. RB-strom má černou výšku rovnou 11. Černá výška je určena jako počet černých uzlů na cestě z kořene do kteréhokoli listu (obsahujícího klíč) zmenšený o 1. Určete, jaký je v tomto stromu maximální možný počet

- A) černých uzlů,
- B) červených uzlů,
- C) všech uzlů.

11/8. Rozhodněte, zda existuje příklad regulárního (každý vnitřní uzel má dva potomky) binárního stromu který nelze obarvit podle pravidel RB-stromu. Příklad buď uveďte nebo zdůvodněte jeho nemožnost.