**1.**  Dva prázdné binární stromy jsou izomorfní. Dva neprázdné binární stromy T1, T2 s kořeny K1, K2 jsou izomorfní právě tehdy, když

(K1.L je izomorfní s K2.L a K1.R je izomorfní s K2.R) nebo

(K1.L je izomorfní s K2.R a K1.R je izomorfní s K2.L).

Symboly K1.L, K1.R, K2.L, K2.R označují po řadě levý a pravý podstrom K1 a levý a pravý podstrom K2.

Určete počet navzájem neizomorfních binárních stromů s 2, 3, ... 12 uzly.

Formulujte rekurentní postup, jímž hledané počty lze obecně určit.

**2.**  Dva prázdné R-B stromy jsou izomorfní. Dva neprázdné R-B stromy T1, T2 s kořeny K1, K2 jsou izomorfní právě tehdy, když

K1 a K2 mají stejnou barvu a navíc platí, že

(K1.L je izomorfní s K2.L a K1.R je izomorfní s K2.R) nebo

(K1.L je izomorfní s K2.R a K1.R je izomorfní s K2.L).

Symboly K1.L, K1.R, K2.L, K2.R označují po řadě levý a pravý podstrom K1 a levý a pravý podstrom K2.

Určete počet navzájem neizomorfních R-B stromů s 2, 3, ... 12 uzly.

**3.** Formulujte izomorfizmus pro 2-3-4 stromy podobně jako v úloze 1. a 2. Určete počet navzájem neizomorfních 2-3-4 stromů s s 2, 3, ... 12 uzly.

**4.** B-strom je řádu k, pokud každý jeho uzel, kromě kořene, musí obsahovat alespoň k klíčů a zároveň může obsahovat nejvýše 2k klíčů. Vybudujte B-strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče 25, 13, 37, 32, 40, 20, 22. Nakreslete strom po každé operaci Insert.

**5.** Vybudujte B-strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče

32, 18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15, 57, 51, 17, 16, 26, 42, 21, 43, 12.

Dále tento strom zrušte, a to tak, že jednotlivé klíče klíče odstraníte v pořadí

23, 31, 26, 15, 24, 42, 17, 36, 20, 43, 16, 32, 18, 59, 21, 51, 60, 12, 58, 57.

Nakreslete strom po každé operaci Insert a Delete.

**6.** B-strom je řádu 5 (uzel mimo kořen může mít min 5 a max 10 klíčů) a máme do něj umístit 1 000 000 klíčů. Jaký je maximální a minimální možný počet uzlů tohoto stromu? Jaká je maximální a minimální možná hloubka tohoto stromu?

**7.** B+ strom je řádu k, pokud každý jeho uzel, kromě kořene, musí obsahovat alespoň k klíčů a zároveň může obsahovat nejvýše 2k klíčů. Vybudujte B-strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče 25, 13, 37, 32, 40, 20, 22. Dále tento strom zrušte, a to tak, že jednotlivé klíče klíče odstraníte v pořadí 13, 25, 40, 22, 20, 37, 32. Nakreslete strom po každé operaci Insert a Delete.

**8.** Vybudujte B+ strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče

32, 18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15, 57, 51, 17, 16, 26, 42, 21, 43, 12.

Dále tento strom zrušte, a to tak, že jednotlivé klíče klíče odstraníte v pořadí

23, 31, 26, 15, 24, 42, 17, 36, 20, 43, 16, 32, 18, 59, 21, 51, 60, 12, 58, 57.

Nakreslete strom po každé operaci Insert a Delete.

**9.** B+ strom je řádu 5 (uzel mimo kořen může mít min 5 a max 10 klíčů) a máme do něj umístit 1 000 000 klíčů. Jaký je maximální a minimální možný počet uzlů tohoto stromu? Jaká je maximální a minimální možná hloubka tohoto stromu?

**10.** Sestavte k-d strom pro body v rovině

(50, 50), (20, 35), (60,15), (30, 40), (50, 40), (40, 50), (15, 60), (15, 35), (35, 40).

**11.** k-d strom vznikne tak, že do něj postupně vkládáme všechny body čtvercové mřížky o souřadnicích (x,y), přičemž ve vnějším cyklu y probíhá od 10 do 40 včetně a ve vnitřním cyklu x probíhá od 50 do 80 včetně. Krok v obou cyklech je 10. Nakreslete výsledný strom.

**12.** Z k-d stromu vybudovaného v předchozí úloze odstraňte body (50, 10), (60, 20), (70, 30), (60, 30). Nakreslete výsledný strom.