
PAL: 7. cvičení

Tomáš Sieger

5. 11. 2020

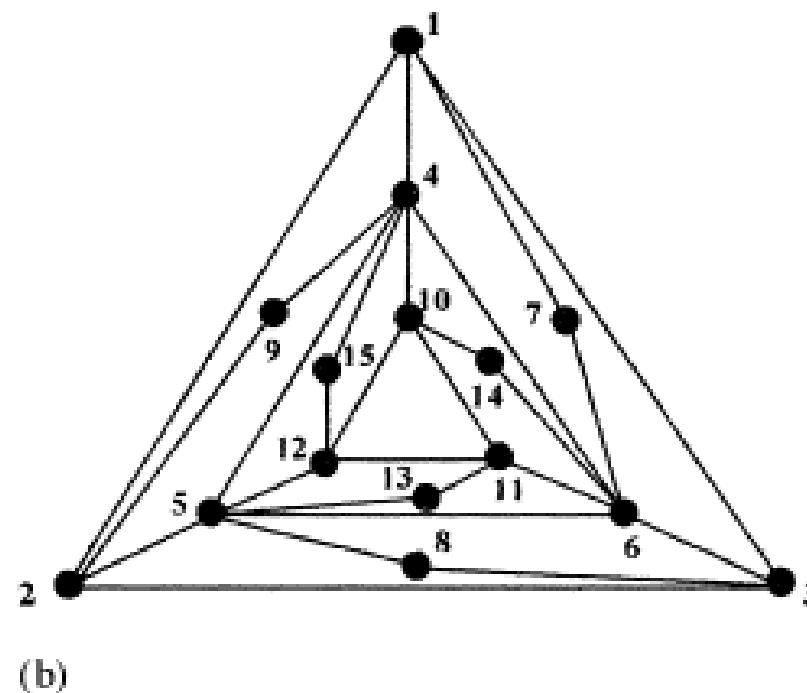
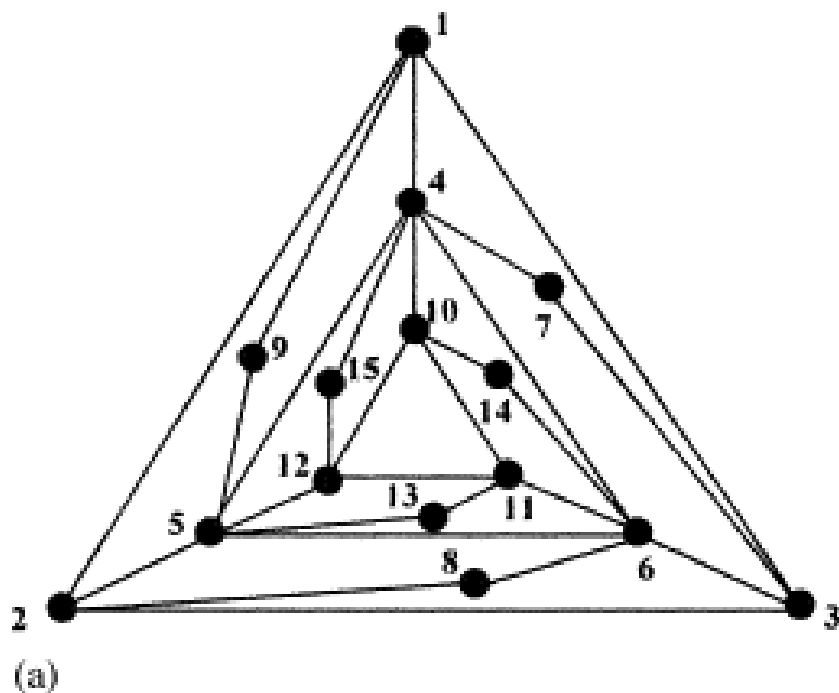
Opakování z minula

Př. 5/12: (ne)izomorfní grafy

Platí tvrzení, že každé dva souvislé grafy se stejným počtem vrcholů, kde všechny vrcholy mají stejný stupeň, jsou izomorfní? (Tvrzení dokažte, nebo najděte protipříklad.)

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



Př. 6/6: předchozí podmnožina

Uvažujme všechny k -prvkové podmnožiny množiny

$M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $1 \leq k \leq n$. Vyjděte z algoritmu transformujícího seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmnožiny bezprostředně následující v lexikografickém uspořádání těchto podmnožin. Navrhněte a popište algoritmus, který bude transformovat seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmnožiny bezprostředně předcházející v témže lexikografickém uspořádání. Bude mít stejnou asymptotickou složitost?

Př. 6/8: pořadí permutace

Rank permutace π množiny $N = \{0, 1, 2, \dots, n - 1\}$ je pořadové číslo této permutace v seznamu všech permutací množiny N uspořádaném v rostoucím lexikografickém pořadí, přičemž prvky seznamu jsou číslovány od 0. Napište pseudokód funkce která v čase úměrném n vytiskne takovou permutaci π množiny N , jejíž rank je právě $n!/2$. Předpokládáme $n \geq 2$.

Konečné automaty, nedeterminizmus. Regulární výrazy

Př. 7/1a: jazyky

Nad abecedou $\{0, 1\}$, jsou dány dva jazyky $L1$ a $L2$. Slova $L1$ jsou popsána regulárním výrazem $0 * 1 * 0 * 1 * 0*$, slova $L2$ jsou popsána regulárním výrazem $(01 + 10)*$.

a) Najděte nejkratší neprázdné slovo v průniku $L1 \cap L2$.

Př. 7/1b: jazyky

Nad abecedou $\{0, 1\}$, jsou dány dva jazyky $L1$ a $L2$. Slova $L1$ jsou popsána regulárním výrazem $0 * 1 * 0 * 1 * 0*$, slova $L2$ jsou popsána regulárním výrazem $(01 + 10)*$.

b) Najděte nejdelší slovo v průniku $L1 \cap L2$.

Př. 7/1c: jazyky

Nad abecedou $\{0, 1\}$, jsou dány dva jazyky $L1$ a $L2$. Slova $L1$ jsou popsána regulárním výrazem $0 * 1 * 0 * 1 * 0*$, slova $L2$ jsou popsána regulárním výrazem $(01 + 10)*$.

c) Najděte nejkratší slovo, které leží v $L1$, ale neleží v $L2$.

Př. 7/1d: jazyky

Nad abecedou $\{0, 1\}$, jsou dány dva jazyky $L1$ a $L2$. Slova $L1$ jsou popsána regulárním výrazem $0 * 1 * 0 * 1 * 0*$, slova $L2$ jsou popsána regulárním výrazem $(01 + 10)*$.

d) Najděte nejkratší slovo, které leží v $L2$, ale neleží v $L1$.

Př. 7/1e: jazyky

Nad abecedou $\{0, 1\}$, jsou dány dva jazyky $L1$ a $L2$. Slova $L1$ jsou popsána regulárním výrazem $0 * 1 * 0 * 1 * 0*$, slova $L2$ jsou popsána regulárním výrazem $(01 + 10)*$.

e) Najděte nejkratší slovo, které neleží v $L1 \cup L2$.

Př. 7/2a: automaty

Nakreslete stavový diagram automatu přijímajícího právě všechna slova nad abecedou $\{0, 1\}$, která

- a) **obsahují podposloupnost 1010 alespoň jednou,**
- b) **neobsahují podposloupnost 1010,**
- c) **obsahují podposloupnost 1010 právě jednou,**
- d) **obsahují podposloupnost 1010 nejvýše dvakrát.**

Př. 7/2b: automaty

Nakreslete stavový diagram automatu přijímajícího právě všechna slova nad abecedou $\{0, 1\}$, která

- a) obsahují podposloupnost 1010 alespoň jednou,
- b) neobsahují podposloupnost 1010,**
- c) obsahují podposloupnost 1010 právě jednou,
- d) obsahují podposloupnost 1010 nejvýše dvakrát.

Př. 7/2c: automaty

Nakreslete stavový diagram automatu přijímajícího právě všechna slova nad abecedou $\{0, 1\}$, která

- a) obsahují podposloupnost 1010 alespoň jednou,
- b) neobsahují podposloupnost 1010,
- c) obsahují podposloupnost 1010 právě jednou,**
- d) obsahují podposloupnost 1010 nejvýše dvakrát.

Př. 7/2d: automaty

Nakreslete stavový diagram automatu přijímajícího právě všechna slova nad abecedou $\{0, 1\}$, která

- a) obsahují podposloupnost 1010 alespoň jednou,
- b) neobsahují podposloupnost 1010,
- c) obsahují podposloupnost 1010 právě jednou,
- d) obsahují podposloupnost 1010 nejvýše dvakrát.**

Př. 7/3a: regulární výrazy

Napište regulární výraz pro jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$

- a) **jehož slova obsahují pouze nuly**
- b) jehož každé slovo obsahuje právě jedinou jedničku
- c) jehož každé slovo obsahuje alespoň jednu jedničku
- d) jehož každé slovo obsahuje alespoň dvě jedničky
- e) jehož slova obsahují sudý počet jedniček
- f) jehož slova obsahují lichý počet jedniček

Př. 7/3b: regulární výrazy

Napište regulární výraz pro jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$

- a) jehož slova obsahují pouze nuly
- b) jehož každé slovo obsahuje právě jedinou jedničku**
- c) jehož každé slovo obsahuje alespoň jednu jedničku
- d) jehož každé slovo obsahuje alespoň dvě jedničky
- e) jehož slova obsahují sudý počet jedniček
- f) jehož slova obsahují lichý počet jedniček

Př. 7/3c: regulární výrazy

Napište regulární výraz pro jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$

- a) jehož slova obsahují pouze nuly
- b) jehož každé slovo obsahuje právě jedinou jedničku
- c) jehož každé slovo obsahuje alespoň jednu jedničku**
- d) jehož každé slovo obsahuje alespoň dvě jedničky
- e) jehož slova obsahují sudý počet jedniček
- f) jehož slova obsahují lichý počet jedniček

Př. 7/3d: regulární výrazy

Napište regulární výraz pro jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$

- a) jehož slova obsahují pouze nuly
- b) jehož každé slovo obsahuje právě jedinou jedničku
- c) jehož každé slovo obsahuje alespoň jednu jedničku
- d) jehož každé slovo obsahuje alespoň dvě jedničky**
- e) jehož slova obsahují sudý počet jedniček
- f) jehož slova obsahují lichý počet jedniček

Př. 7/3e: regulární výrazy

Napište regulární výraz pro jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$

- a) jehož slova obsahují pouze nuly
- b) jehož každé slovo obsahuje právě jedinou jedničku
- c) jehož každé slovo obsahuje alespoň jednu jedničku
- d) jehož každé slovo obsahuje alespoň dvě jedničky
- e) **jehož slova obsahují sudý počet jedniček**
- f) jehož slova obsahují lichý počet jedniček

Př. 7/3f: regulární výrazy

Napište regulární výraz pro jazyk nad abecedou $\{0, 1\}$

- a) jehož slova obsahují pouze nuly
- b) jehož každé slovo obsahuje právě jedinou jedničku
- c) jehož každé slovo obsahuje alespoň jednu jedničku
- d) jehož každé slovo obsahuje alespoň dvě jedničky
- e) jehož slova obsahují sudý počet jedniček
- f) **jehož slova obsahují lichý počet jedniček**

Př. 7/4: nedeterministický automat: nuly a jedničky

Navrhněte NKA nad abecedou $\{0, 1, 2\}$, který v textu vyhledá všechny řetězce obsahující tři nuly a dvě jedničky.

Př. 7/5: nedeterministický automat: abcd

Navrhněte NKA nad abecedou $\{a, b, c, d\}$, který v textu vyhledá všechny řetězce ve tvaru $\#ba\#\#b\#$, kde symbol $\#$ představuje právě jeden libovolný znak z množiny $\{a, b, d\}$. Automat musí být schopen zpracovat celý text libovolné délky, tj. octnout se v koncovém stavu po přečtení posledního znaku každého výskytu hledaného řetězce.

Př. 7/6: automat z regulárního výrazu

Sestavte automat, který v textu nad abecedou $\{a, b, c\}$ vyhledává všechna slova popsaná regulárním výrazem $(ac^* + bb)^* a$.

Př. 7/7: uspořádaná slova

Mějme abecedu $A = \{a, b, c, \dots, z\}$. Pořadové číslo znaku a bude 1, pořadové číslo znaku b bude 2, atd., až pořadové číslo znaku z bude 26. Slovo nad A nazveme uspořádané, pokud pro každý jeho znak platí, že všechny znaky za ním ve slově následující mají vyšší pořadové číslo než tento znak. Sestavte NKA, který vyhledá v textu nad abecedou A všechna uspořádaná slova.

Př. 7/8: řetězce se stejným počtem znaků

Sestavte NKA nad abecedou $\{0, 1, 2\}$, který v textu vyhledá všechny řetězce obsahující stejný počet znaků 0, 1 i 2.

Př. 7/9: certifikátový automat

Chtěli bychom sestavit konečný automat nad abecedou $\{0, 1\}$, který přijímá všechna slova, která představují certifikát nějakého neorientovaného stromu. Vysvětlete, zda to je či není možné, a pokud to možné je, popište, jak by se takový automat konstruoval.

Př. 7/10: rotovaný jazyk

Operace ROT zvolí některý znak x v řetězci a nahradí ho znakem v abecedě bezprostředně následujícím za x . Pokud x je poslední znak v abecedě, nahradí ho znakem prvním v abecedě. Sestavte NKA, který v textu vyhledá všechny podřetězce, které lze z daného vzorku $aabcb$ získat pomocí nejvýše dvou operací ROT. Abeceda je $\{a, b, c\}$.

Př. 7/11: regulární soupeři

Rozhodněte, zda regulární výrazy $(01 + 0) * 0$ a $0(10 + 0)*$ popisují stejný regulární jazyk.