

---

# PAL: 5. cvičení

Tomáš Sieger

22. 10. 2020

---

# Opakování z minula

## Př. 3/5: cesty délky 3

---

Popište, jak najdete a vypíšete všechny cesty délky 3 v acyklickém prostém grafu (bez násobných hran). Jaký je jejich maximální možný počet v závislosti na počtu uzlů grafu? Jaká bude asymptotická složitost Vašeho algoritmu?



## Př. 3/8: homogenní graf

---

Orientovaný graf prohlásíme za směrově homogenní, pokud vzdálenost (= počet hran na nejkratší možné cestě) každé dvojice uzlů (kořen, list) je vždy stejně velká bez ohledu na to, který kořen nebo list zvolíme. Formulujte efektivní algoritmus, který rozhodne, zda daný graf je směrově homogenní a určete jeho asymptotickou složitost. Lze algoritmus zrychlit, pokud víme, že graf je acyklický?



## Př. 4/3: binomiální halda

---

Jaký je nejvyšší možný stupeň uzlu (stupeň = počet synů) v binomiální haldě s  $N$  klíči?





## Př. 4/8: maximum v binomiální haldě

---

V binomiální haldě, která udržuje klíče s minimální hodnotou v kořenech svých stromů máme najít klíč s maximální hodnotou a poté ho z haldy vymazat. Zdůvodněte asymptotickou složitost této akce.



---

# Izomorfizmy

# Jsou dané grafy izomorfní?



A

N


## Př. 5/1: izomorfizmy kružnice

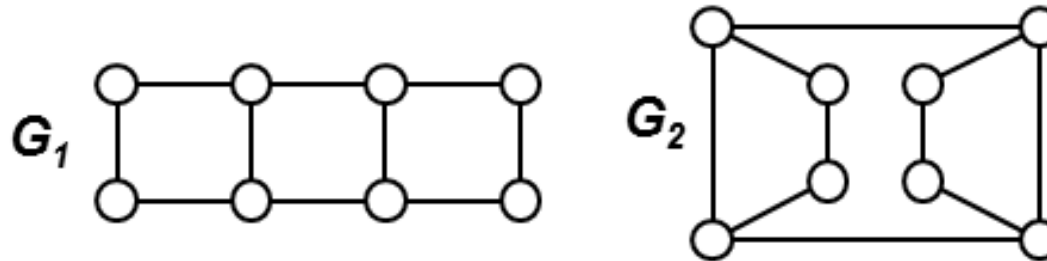
---

Máme dvě neorientované kružnice stejné délky  $k > 2$ . Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?



## Př. 5/2: izomorfizmy grafů

Určete počet izomorfizmů mezi grafy  $G_1$  a  $G_2$ .

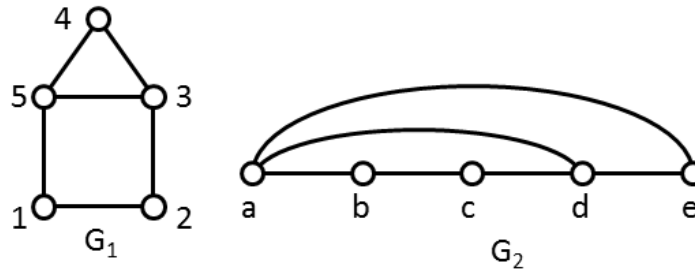






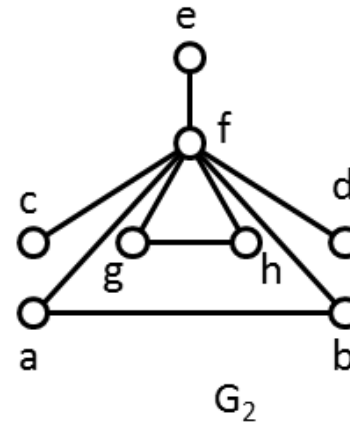
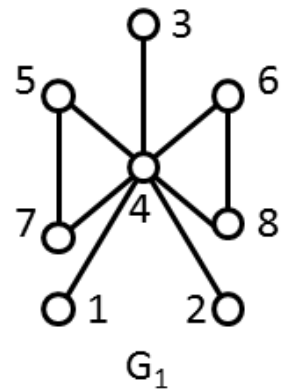
## Př. 5/3a: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů  $G_1$  a  $G_2$  na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



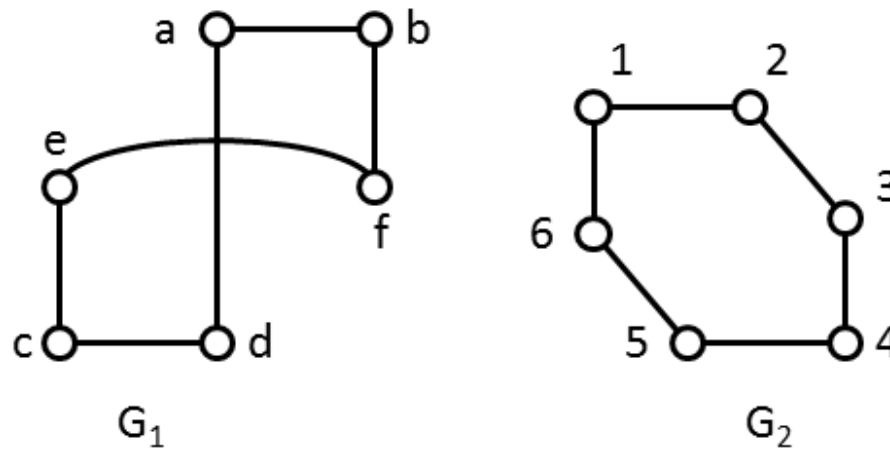
## Př. 5/3b: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů  $G_1$  a  $G_2$  na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



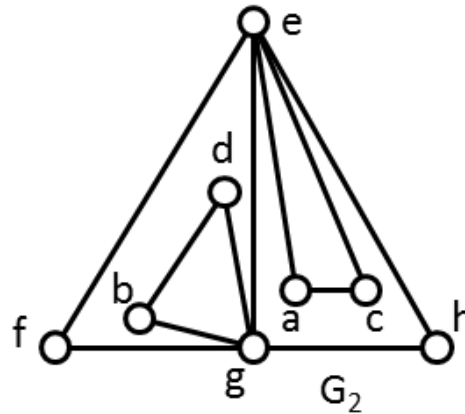
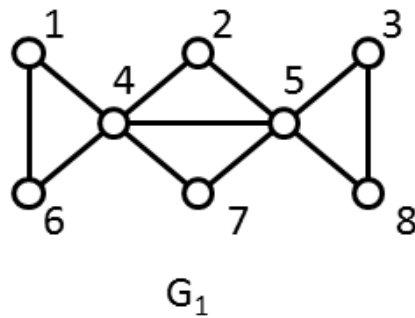
## Př. 5/3c: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů  $G_1$  a  $G_2$  na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



## Př. 5/3d: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů  $G_1$  a  $G_2$  na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?





## Př. 5/4: počet bijekcí

---

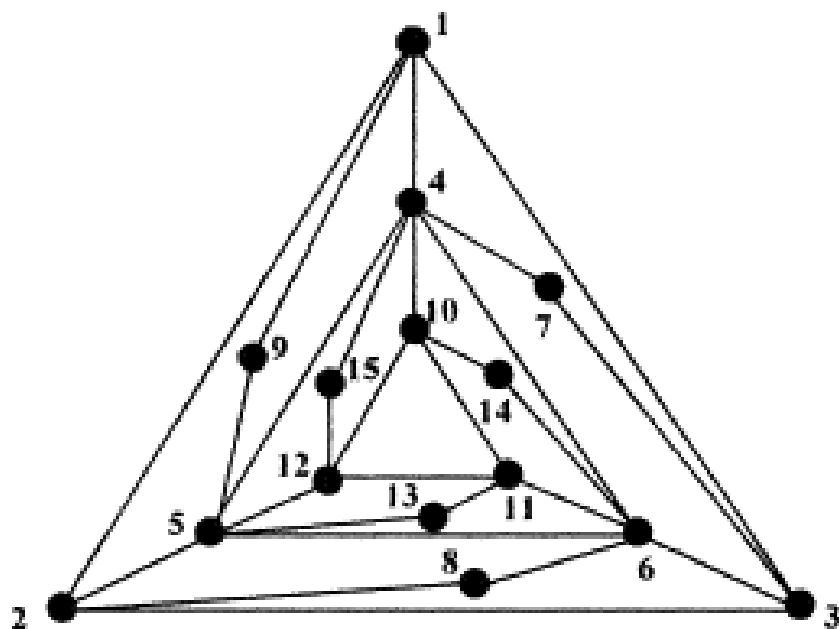
Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě  $n$  uzlů a oba grafy mají skóre

$(n - 1, n - 2, n - 3, n - 4, \dots, n/2 + 1, n/2, n/2, n/2 - 1, n/2 - 2, \dots, 3, 2, 1)$ ,  
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň  $n/2$ . Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě  $n$ ?

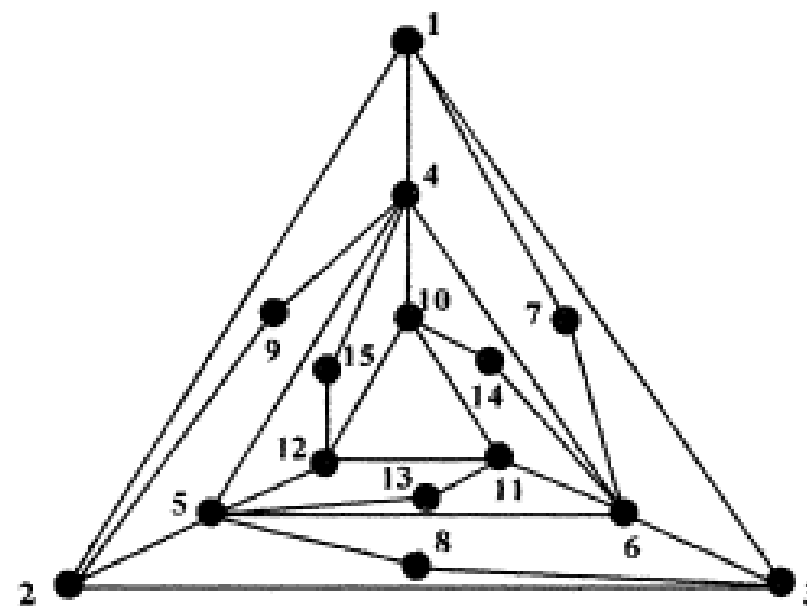


## Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



(a)



(b)



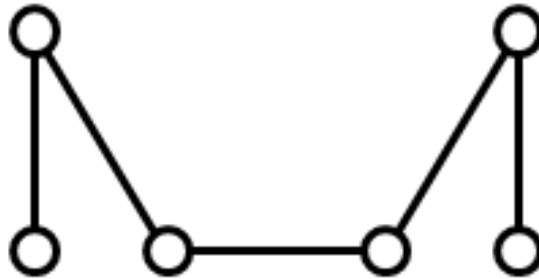




## Př. 5/7a: tvorba certifikátu

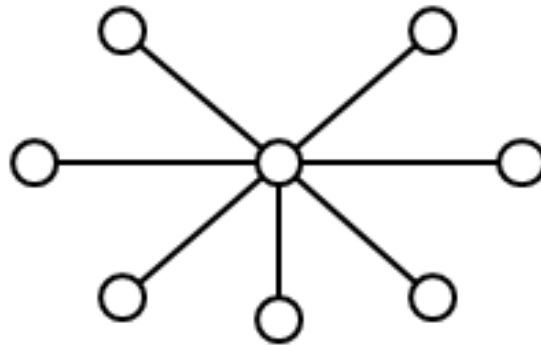
---

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



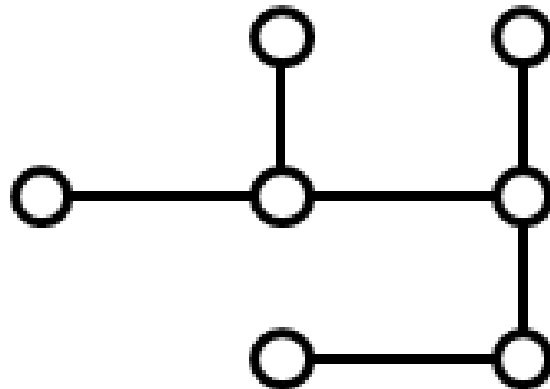
## Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



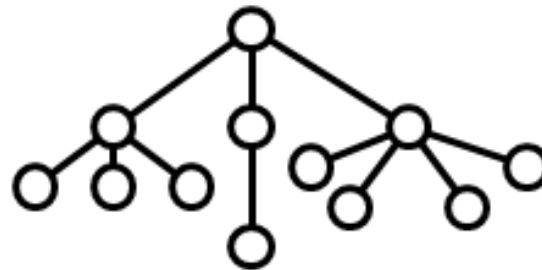
## Př. 5/7c: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



## Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



## Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

---

Rekonstruujte strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 000001011100111000010111

## Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

---

Rekonstruuje strom z certifikátu:

c) 00010110010110010111



## Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

---

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 000001011100111000010111

## Př. 5/9: listy v certifikátu

---

Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme počet listů tohoto stromu, aniž jej z certifikátu celý rekonstruujeme.



## Př. 5/10: maximální stupeň listy uzlu z certifikátu

---

Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme maximální stupeň uzlu tohoto stromu, aniž strom z certifikátu celý rekonstruujeme.



## Př. 5/11: certifikát stromu s uzly stupně 1 a 3

---

Popište neformálně, jak bude vypadat certifikát stromu obsahujícího uzly pouze stupně 1 nebo 3. Navrhněte algoritmus, který pomocí certifikátu ověří, zda strom obsahuje uzly pouze stupně 1 nebo 3.

